

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikálna fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCA



Matúš Čupák

Ekonomický kapitál a cena rizika penzijného fondu

Katedra pravdepodobnosti a matematickej štatistiky

Vedúci diplomovej práce: RNDr. Pavel Finrle, Ph.D,
Študijný program: Matematika, finančná matematika

2010

Na tomto mieste by som rád poďakoval predovšetkým vedúcemu mojej diplomovej práce RNDr. Pavlovi Finfrle, Ph.D, za odborné rady a konzultácie bývalému kolegovi Mgr. Petrovi Charvátovi, MBA a súčasným kolegom Alešovi Královi, Anne Ringlerovej a Davidovi Svitákovi.

Prehlasujem, že som svoju diplomovú prácu napísal samostatne a výhradne s použitím citovaných prameňov. Súhlasím so zapožičiavaním práce a jej zverejňovaním.

V Prahe dňa

Matúš Čupák

Obsah

1	Úvod	6
2	Penzijný fond	7
2.1	Penzijné pripoistenie	8
2.2	Aplikácia Solvency II na penzijné fondy	10
3	Ekonomický kapitál	13
3.1	Metódy výpočtu EC	15
4	Solvency II	17
4.1	História a súčasnosť	17
4.2	Trojpilierový systém	20
4.3	Štandardná formula	22
4.3.1	Vstupné parametre	23
4.3.2	Rizikové scenáre	24
4.4	Štruktúra SCR	26
5	Výpočet ekonomického kapitálu pre penzijný fond	28
5.1	Model penzijného fondu	28
5.1.1	Dynamické pravidlá chovania účastníkov	31
5.2	Rizikové submoduly pre vybrané riziká	36
5.2.1	Tržné riziko	37
5.2.2	Riziko úmrtnosti	39
5.2.3	Riziko dlhovekosti	42
5.2.4	Riziko nákladov	48
5.2.5	Riziko storna	50
5.3	Výpočet SCR	56
6	Záver	60

7	Appendix	62
7.1	Príloha A: Rizikové scenáre	62
7.2	Príloha B: Všeobecný dvojfaktorový model okamžitej úrokovej intenzity	63
7.3	Príloha C: Poznámky k modelu	64
	Literatura	68

Názov práce: Ekonomický kapitál a cena rizika penzijného fondu
Autor: Matúš Čupák
Katedra (ústav): Katedra pravdepodobnosti a matematickej štatistiky
Vedúci diplomovej práce: RNDr. Pavel Finfrle, Ph.D
e-mail vedúceho práce: pfinfrle@generalippf.cz

Abstrakt: V predloženej práci študujeme ekonomický kapitál penzijných fondov a ich možné rozšírenie do nového konceptu *Solvency II*. Hlavnou úlohou bude skúmať riziká, ktoré sú pre činnosť penzijného fondu charakteristické. Používame niekoľko upravených stresových simulácií, ktoré modelujeme pomocou fiktívneho modelu penzijného fondu. Zameriame sa predovšetkým na zmenu čistej hodnoty aktív (*NAV*), pomocou ktorej v štandardnej formule vypočítame solventnú kapitálovú požiadavku (*SCR*). V závere hodnotíme prípadný dopad aplikácie *Solvency II* na penzijné fondy, výsledný ekonomický kapitál a solventnosť modelovaného penzijného fondu.

Kľúčové slová: Penzijný fond, Ekonomický kapitál, *Solvency II*, Čistá hodnota aktív (*NAV*), Solventná kapitálová požiadavka (*SCR*) a riziká penzijných fondov

Title: Economic capital and the cost of pension fund risk
Author: Matúš Čupák
Department: Department of probability and mathematical statistics
Supervisor: RNDr. Pavel Finfrle, Ph.D
Supervisor's e-mail address: pfinfrle@generalippf.cz

Abstract: In the present work we study the economic capital of pension funds and their possible extension into the new concept of *Solvency II*. The main task is to examine the risks that are characteristic for pension fund activity. We use several modified stress simulations, which we model using a virtual model of pension fund. Primarily we focus on changes in net asset value (*NAV*) which is used in standard formula for calculation of the solvency capital requirement (*SCR*). In conclusion, we evaluate the possible impact of applications *Solvency II* to pension funds, the resulting economic capital and solvency of modeled pension fund.

Keywords: Pension fund, Economic capital, Solvency II, Net asset value (*NAV*), Solvency capital requirement (*SCR*) and the risks of pension funds

Kapitola 1

Úvod

Penzijné fondy sú v Českej republike významným dlhodobým investorom na finančných trhoch. Ich činnosť môžeme prirovnať k poisťovacej činnosti životných poisťovní, pretože obe nesú významné poisťné riziko. Ich produkt, penzijné pripoistenie, však nemôžeme jednoznačne zaradiť medzi štandardné produkty poisťného trhu. Rozdiel spočíva v tom, že na penzijné fondy nie sú kladené rovnaké požiadavky ako zákon kladie na činnosť životných poisťovní. V zákone o penzijnom pripoistení [1] sú stanovené len základné požiadavky na výšku a skladbu kapitálu,¹ a to bez ohľadu na to, s akým veľkým rizikom prichádza penzijný fond do styku.

Aktuálne je pre poisťovne krajín EÚ pripravovaný nový koncept regulácie, známy ako projekt *Solvency II*. Ten využíva ekonomický kapitál, ktorý je pre mnohé spoločnosti efektívnym nástrojom pri riadení a správe rizika. V poslednej dobe sú preto vedené mnohé diskusie o tom, či je vhodné do nového konceptu zahrnúť i penzijné fondy.

Našou úlohou bude riešiť práve túto diskutovanú tému. V prvej časti práce definujeme najvýznamnejšie riziká plynúce z činnosti penzijných fondov a v krátkosti vysvetlíme základnú myšlienku ekonomického kapitálu a novej smernice. V druhej časti pomocou ekonomického kapitálu oceníme vybrané riziká a na všeobecnom modeli vysvetlíme, aký dopad by mala aplikácia *Solvency II* na penzijné fondy.

¹Obmedzené zloženie portfólia, nákup akcií od rovnakého emitenta, tvorba rezervného fondu min. z 5% zisku a pod.

Kapitola 2

Penzijný fond

V Českej republike siaha história penzijných fondov až do februára roku 1994, kedy bol vydaný *Zákon č. 42/1994 Sb., o penzijním připojištění se státním příspěvkem a o změnách některých zákonů souvisejících s jeho zavedením* [1]. Jeho zámerom bolo vytvorenie doplnkového produktu, ktorý mal pomôcť akumulovať prostriedky na zabezpečenie a udržanie vyššej kvality života v starobe, než je schopný zaistiť priebežný¹ systém penzijného poistenia.

Nový zákon priniesol mohutný rozmach penzijných fondov, celkovo ich vzniklo 46. Mnohé penzijné fondy však neskôr pre nedostatok účastníkov úplne zanikli alebo sa v rámci fúzií spojili s inými penzijnými fondami. V súčasnosti je podľa *Asociace penzijních fondů ČR (APF)* počet penzijných fondov, pôsobiacich na trhu penzijného pripoistenia so štátnym príspevkom, ustálený na čísle 10. Ich podnikanie podlieha striktnej regulácii a pravidlám, a je pod prísny dozorom Českej národnej banky.

Poznámka č. 1 : Na začiatku roku 2010 je v penzijných fondoch evidovaných 4,4 mil. účastníkov, s celkovou výškou uložených prostriedkov cez 200 mld. Kč [2].

¹Na priebežnom systéme vyplácania anuit, tzv. *PAYG* systém (z angl. *pay as you go*), je vo väčšine prípadov postavený prvý pilier poisťnej ochrany občanov.

2.1 Penzijné pripoistenie

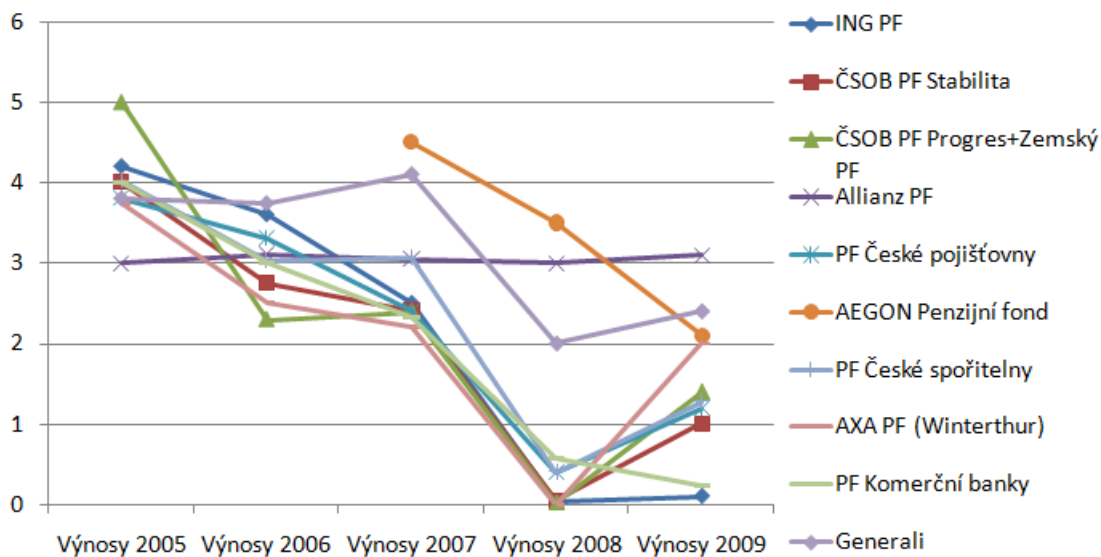
Penzijné pripoistenie ako produkt slúži k zaisteniu finančných prostriedkov pre obdobie dôchodku. Od klasického sporenia sa líši tým, že po splnení podmienok penzijného fondu vzniká účastníkovi nárok na nasporenú čiastku, ktorá je vyplácaná v podobe doživotnej anuity alebo jednorázovej výplaty. Každý účastník penzijného pripoistenia so štátnym príspevkom získava tiež nárok na príspevok od štátu. Ten je odstupňovaný podľa výšky príspevku účastníka, pričom maximálna štátna dotácia vo výške 150 Kč odpovedá vkladu účastníka pri čiastke 500 Kč [3]. U starých zmlúv sú príspevky dokonca nižšie.

Podmienky penzijného pripoistenia sa vo všeobecnosti medzi penzijnými fondami nelíšia. Ak účastník platil prostriedky minimálne 60 kalendárnych mesiacov a jeho vek dovŕšil minimálnu hranicu 60 rokov, má podľa uzavretej zmluvy penzijného pripoistenia nárok na výplatu v podobe jednorázového vyrovnania alebo doživotnej anuity. Podľa doterajších praktických skúseností je medzi účastníkmi doživotná anuita preferovaná iba výnimočne. V prípade, že účastník nesplní niektoré zo zmluvných podmienok, má podľa individuality penzijného plánu nárok na výplatu tzv. odkupného, t.j. plnej výšky nasporených vkladov a pripísaného úroku, ale bez získaných štátnych príspevkov.

Medzi hlavné výhody penzijného pripoistenia so štátnym príspevkom patria:

- Štátny príspevok od 50 do 150 Kč mesačne. To znamená, že účastník pri mesačnom vklade 500 Kč získa maximálnu podporu od štátu vo výške 1 800 Kč ročne.
- Účastník si môže od základu dane odčítať čiastku, ktorú zaplatil na svoje penzijné pripoistenie, najviac však 12 000 Kč za jedno zdaňovacie obdobie.²
- Príspevok zamestnávateľa, ktorým môže zamestnávateľ prispievať na účet účastníka. U zamestnanca je potom tento príspevok oslobodený od odvodov na sociálne a zdravotné poistenie a do veľkosti 3% hrubej mzdy je taktiež odčítateľný od dane z príjmu.
- Penzijné pripoistenie je investícia bez poplatkov a s garanciou výnosu.

²Do daňovej úľavy sa započítavajú iba príspevky, ktoré prevyšujú sumu 6 000 Kč ročne.



Obrázok 2.1: Porovnanie výnosnosti 10 penzijných fondov v ČR za posledné roky [4].

Poznámka č. 2: Počet účastníkov, ktorým na penzijné pripoistenie prispieva ich zamestnávateľ neustále rastie. V súčasnosti predstavujú na trhu podiel väčší než je štvrtina (26,1%) všetkých účastníkov v penzijných plánoch [2].

Nevýhody penzijného pripoistenia so štátnym príspevkom:

- Súčasný systém ponúka relatívne stabilný ale nízky výnos. Penzijnému fondu totiž zo zákona vyplýva povinnosť garantovať, že sa účastníkovi nezníži jeho výška nasparených prostriedkov (tzv. nezáporná garancia). A práve táto garancia je príčinou veľmi nízkych výnosov, ktoré len málo prevyšujú infláciu (Obrázok č. 2.1).
- Nízka likvidita vložených prostriedkov. Prakticky sa počíta s tým, že po stanovenú dobu (minimálne jeden rok) nebude účastník môcť vložené prostriedky z účtu vybrať alebo inak použiť.
- Penzijné pripoistenie je, aj keď sa to možno nezdá, primárne cieľným produktom pre mladú generáciu. Tá si však v tak mladom veku neuvedomuje dôležitosť dlhodobého sporenia a preto predstavuje priemerný mesačný príspevok účastníka len 480 Kč [2].

K základným druhom anuit, ktorými dnes penzijné fondy lákajú nových účastníkov, patrí starobný, výsluhový, pozostalostný a invalidný dôchodok. Ich význam a definíciu je možné získať na ktorejkoľvek internetovej stránke penzijných fondov. Ak prihliadneme na skutočnosť, že len málo zmlúv v súčasnosti spĺňa minimálnu požadovanú dobu (15 rokov) na výplatu výsluhovej anuity, na chod penzijné fondu vplýva najviac rozšírená forma výplaty v podobe starobnej anuity.

2.2 Aplikácia Solvency II na penzijné fondy

Penzijné fondy nesú významné poistné riziko, rovnako ako poisťovne. Z toho dôvodu je preto logické uvažovať o podobnom dohľade pre penzijné fondy, aký pre poisťovne predstavuje koncept *Solvency II*. Otázkou zostáva, či na penzijné fondy nebude *Solvency II* klať neprimerané kapitálové požiadavky a zbytočne tým navyšovať ich kapitálovú ochranu pred možným úpadkom.

Niektoré ohlasy, najmä tie v poisťovníctve, obhajujú rozšírenie novej smernice na penzijné fondy v celej Európe [5]. V krajinách, kde nemajú dostatočnú históriu penzijného poistenia, ako je napríklad Francúzsko, predstavujú poisťovne na trhu dominantných aktérov. Myšlienka rozširujúca projekt *Solvency II* na penzijné fondy je preto vnímaná ako prirodzené rozšírenie v zmysle ochrany poistníka (resp. účastníka penzijného poistenia).

*CEA*³ v jednom zo svojich vyhlásení zdôrazňuje potrebu zosúladiť úroveň solventného kapitálu ako pre poisťovne, tak aj pre dôchodkové penzijné fondy [5]. Tvrdí, že penzijné fondy majú nižšiu úroveň zabezpečenia ako majú klienti a odberatelia anuit životných poisťovien. Z uvedeného dôvodu by preto mali byť pravidlá smernice *Solvency II* aplikované i na penzijné fondy.

Na druhej strane diskusie sa nachádza napríklad Európska federácia pre dôchodkové poistenie (*EFRP*), Národná asociácia penzijných fondov

³Európska federácia asociácií poisťovní a zaistovní (*CEA*) reprezentuje celkovo 33 poisťovní členských štátov.

(*NAPF*)⁴ a iné inštitúcie poskytujúce produkty dôchodkového zabezpečenia. Proti uplatneniu smernice argumentujú tým, že by sa mohol výrazne zmeniť druh investície penzijných fondov. Podľa *Solvency II* by v penzijných fondoch členských štátov ako napríklad Veľká Británia, ale aj Írsko, Belgicko, Holandsko či Španielsko, museli svoj kapitál navýšiť o 40% až 60% (v prepočte asi 1,500 miliárd libier [6]) alebo alternatívne znížiť a predať jeho časť (najmä akcie), aby sa znížilo tržné riziko a predĺžila sa doba trvania ich pevných výnosov. K podobným záverom dopadu rozšírenia *Solvency II* na dôchodkový systém dospeli okrem *EFRP* tiež aj štúdie *Allianz Global Investors* a mnohé združenia poisťovních matematikov a aktuárov.

Odporci aplikácie *Solvency II* na penzijné fondy vychádzajú z faktu, že penzijné fondy nie sú poisťovne. Penzijné fondy sa podobne ako banky od poisťovní odlišujú, preto si vyžadujú osobitný regulačný režim. Poisťovne poskytujú produkty, ktorých demografické a finančné riziká preberajú samotné poisťovne, resp. akcionári. Naopak, penzijné fondy prevádzkujú penzijné plány, ktorých riziká zdieľajú penzijné fondy spoločne so svojimi účastníkmi.⁵ Regulácia penzijných fondov preto vyžaduje diferencovaný prístup.

Zástanci myšlienky rozšírenia argumentujú tým, že penzijné fondy majú poskytovať účastníkom rovnakú úroveň ochrany akú zaručujú poisťovne. *Solvency II* ale neuznáva riadiace nástroje penzijných fondov a nezohľadňuje ich vlastné techniky,⁶ ktorými sú schopné absorbovať straty aj v dlhodobom časovom horizonte. *Solvency II* týmto spôsobom môže v skutočnosti ukladať na penzijné fondy až dvojitý stupeň ochrany, a tým neprijateľne navýšiť objem ich držaného kapitálu.

V zmysle zjednotiť kapitálové požiadavky penzijných fondov a priblíženia sa k regulácii so životnými poisťovňami sa predsa len rozšírenie novej smernice javí ako rozumné východisko. Ak sú záväzky penzijných fondov skutočne podobné so záväzkami poisťovní, nová regulácia by mohla navýšiť ochranu účastníkov, znížiť pravdepodobnosť nesolventnosti penzijných fondov a zaviesť vyšší stupeň ich harmonizácie a porovnateľnosti.

⁴Členovia tohto združenia spolu disponujú majetkom väčším než 8 010 mld. libier.

⁵Príkladom je zvyšovanie nákladov, ktoré ponosú prevažne účastníci penzijného plánu.

⁶Systém rozpúšťania nákladov budúcich období alebo rozdiel medzi zriaďovacou a tržnou cenou, ktorú penzijné fondy zachycujú cez rozvahový účet oceňovacích rozdielov, a tým prípadné poklesy hodnoty portfólia prenášajú do ďalších rokov.

Aplikácia *Solvency II* v podobe, ako je dnes známa, vnáša medzi penzijné fondy mnohých európskych krajín značné obavy. Tie najväčšie sú spojené so zvýšenou úrovňou financovania a zmenou alokácie aktív, najmä predaja akcií a nákupu dlhopisov. Celkovo by tak mohlo dôjsť k poklesu investičného výnosu, preceneniu záväzkov penzijných fondov a zbytočnému navýšeniu kapitálu. Naším cieľom bude preto skúmať charakteristické riziká penzijných fondov a pomocou upraveného modelu ukážeme, aký dôsledok by mala aplikácia *Solvency II* na penzijný fond.

Kapitola 3

Ekonomický kapitál

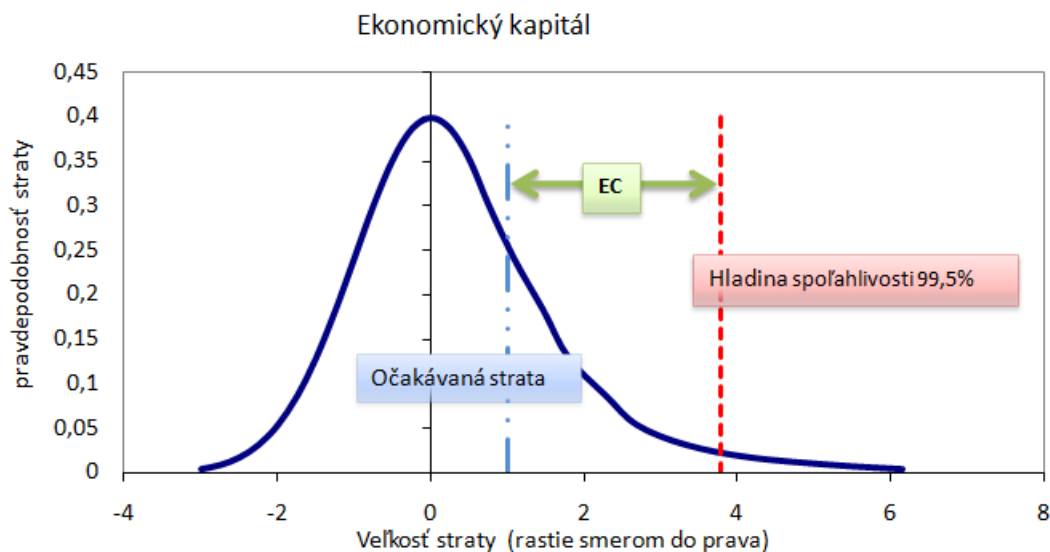
Moderné oceňovacie postupy pre dlhodobé poistné zmluvy požadujú ocenenie rizík, na ktoré sa v súčasnej dobe stále častejšie používa Ekonomický kapitál,¹ *EC* (z angl. *economic capital*). Zatiaľ čo sa väčšina tradičných kapitálových opatrení opiera priamo o aktíva spoločnosti, ekonomický kapitál sa vzťahuje na riziká, bez ohľadu na objem aktív, ktorými spoločnosť disponuje. Je založený na pravdepodobnostnom hodnotení možných budúcich strát a z hľadiska kapitálovej primeranosti je pre finančné inštitúcie viac prospešným ako tradičné opatrenia. Vývoj a implementácia modelu *EC* spoločnosti poskytuje prostriedok na lepšie predvídanie a ochranu proti potenciálnym budúcim stratám. Z uvedených dôvodov nazývame ekonomický kapitál aj mierou rizika.

Väčšina spoločností ekonomický kapitál vytvára:

- za účelom ochrany voči možným rizikám,
- pre svoje osobné potreby, ako je napríklad udržať si na trhu dostatočný úverový rating medzi spoločnosťami,
- alebo za účelom dodatočného kapitálu, ktorý musia kvôli nariadeniu lokálneho regulátora udržiavať na stanovenej hladine.

Jednotná definícia pre ekonomický kapitál neexistuje. Charakterizujeme ho ako kapitál, schopný spoločnosti poskytnúť dodatočné cenné informácie a zabezpečiť jej solventnosť aj počas nepriaznivého vývoja.

¹Metodológiu ekonomického kapitálu pri rizikovom riadení využíva približne 75% európskych spoločností [7].



Obrázok 3.1: Ekonomický kapitál predstavuje pre spoločnosť prostriedok vyjadrujúci rozdiel pri stanovenom percentile rozloženia strát a očakávanej straty.

Ekonomický kapitál môžeme definovať ako výšku potrebných finančných prostriedkov spoločnosti, ktorá zaručí ochranu proti neočakávaným budúcim stratám na danej hladine spoľahlivosti a vo zvolenom časovom horizonte. Graficky je *EC* znázornený na obrázku č. 3.1.

Očakávaná strata znamená pre spoločnosť jej priemernú stratu počas stanovenej doby (zvyčajne sa uvažuje o jednoročnom intervale). Predstavuje výdaje, ktoré počas daného intervalu spoločnosť podstúpi pri jej najlepších očakávaniach a pri predpokladoch vychádzajúcich z historických skúseností. Neočakávané straty vyjadrujú možnosť navýšenia od skutočne očakávaných strát. Sú mierou neistoty spojenej so stratou pri najlepšom odhade.

Úroveň alebo hladinu spoľahlivosti stanovuje management spoločnosti a chápeme ju ako riziko nesolventnosti počas daného obdobia, na ktorú sa *EC* počíta. Čím vyššie je stanovená hladina spoľahlivosti, tým nižšia je pravdepodobnosť neschopnosti spoločnosti uhradiť budúce záväzky. Ak hladinu spoľahlivosti stanovíme napríklad na 99,97%, znamená to, že existuje pravdepodobnosť, že 3 z celkovo 10 000 možných strát nebude spoločnosť schopná pokryť a stane sa nesolventnou.

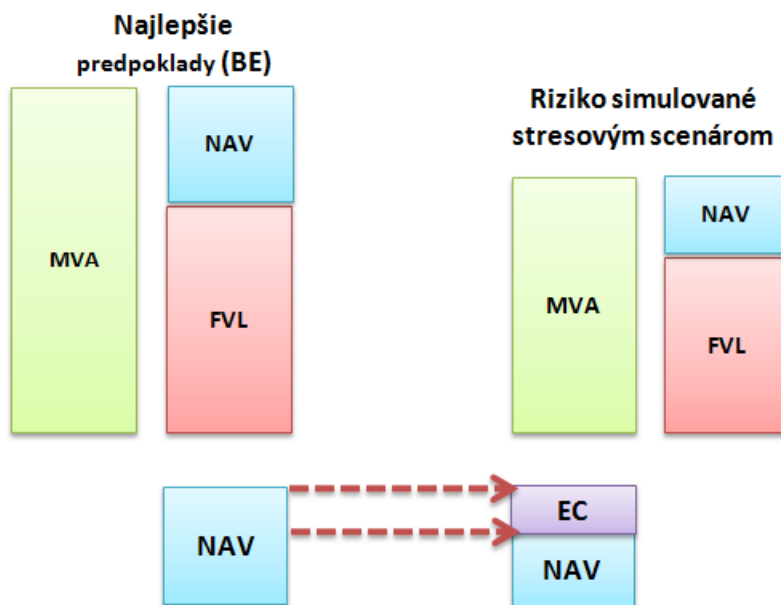
3.1 Metódy výpočtu EC

V praxi sa pri výpočte ekonomického kapitálu najčastejšie využívajú nasledujúce metodológie [8]:

1. *Liability run-off approach* vychádza z veľkosti počiatočných aktív, ktoré znižuje rezerva, vytvorená na výplatu všetkých budúcich záväzkov spoločnosti na zvolenej hladine spoľahlivosti. Záväzky sú simulované niekoľkými stresovými scenármi aplikovanými na vývoj celého portfólia (z angl. *portfolio run-off*). Tento prístup je rozšírený najmä v amerických krajinách, pričom existuje viacero jeho modifikácií.
2. *One year approach* uvažuje o zmene rozdielu tržnej hodnoty aktív a výšky reálnej hodnoty záväzkov v nasledujúcom jednoročnom časovom horizonte pri zvolenej hladine spoľahlivosti. *EC* je definovaný veľkosťou zmeny čistej hodnoty aktív, ΔNAV (z angl. *Net asset value*), vďaka ktorej zostáva spoločnosť solventnou aj na konci nasledujúceho roka. Súčasne počíta s rizikovou prírážkou, tzv. *MVM* (z angl. *market value margin*), za pomoci ktorej bude možné stávajúce portfólio po roku na trhu predat. Tento prístup je rozšírený najmä medzi európskymi krajinami, v ktorých sa často uvažuje aj o 5-ročnom časovom horizonte.

Nájsť významný rozdiel, ktorým je jedna z metód „lepšia“ ako tá druhá, nie je jednoduché. Oba výpočty majú viacero možností implementácie a dajú sa preto i ľahko modifikovať. Metóda *one year approach* má však návrh, a to vďaka rýchlosti výpočtu a lepšiemu porozumeniu a agregácii medzi jednotlivými rizikami. Zároveň uvažuje o možnosti predaja zostávajúceho portfólia (pomocou *MVM*) a tým poskytuje väčšiu voľnosť pri kalibrácii modelu na finančný trh.

Takýto prístup využíva pri požiadavkách na kapitál poisťovní *EÚ* aj smernica *Solvency II*. Kapitálová požiadavka na solventnosť, vychádzajúca zo zmeny ΔNAV , podľa *Solvency II* zaručuje schopnosť poisťiteľa splniť svoje záväzky s požadovanou pravdepodobnosťou. Na jeho výpočet poskytuje univerzálny model, ktorý v snahe zachytiť rizikový profil spoločnosti, aplikuje viaceré stresové scenáre. Každý scenár pritom reprezentuje iné riziko, či už ide o tržné riziká, riziko úverové alebo poistné. Spomínaný výpočet ekonomického kapitálu pod *Solvency II* graficky znázorňuje obrázok č. 3.2. Výsledky rizikových scenárov sú následne agregované využitím vhodnej korelačnej matice, ktorá definuje rizikovú závislosť.



Obrázok 3.2: Výpočet ekonomického kapitálu v *Solvency II* pomocou zmeny hodnoty NAV po aplikovaní stresového scenára.

Poznámka č. 3: Pod pojmom ekonomický kapitál môžeme tiež chápať výšku potrebného kapitálu, ktorý musí spoločnosť vo vzťahu k svojmu rizikovému profilu vlastniť, aby si udržala úroveň požadovaného ratingu. Napr. úverový rating A odpovedá zvolenej hladine spoľahlivosti 99,96%, rating AA naopak 99,98% hladine spoľahlivosti.²

Ekonomický kapitál je schopný spoločnosti poskytnúť dodatočné cenné informácie, ktoré môže využiť pri kvantifikácii a riadení rizika. Reprezentuje výkonné opatrenie, ktoré berie v úvahe reálnu hodnotu záväzku, identifikujúce rizikový profil spoločnosti, váhu jednotlivých rizík a ich vzájomnú koreláciu. V zvyšnej časti tejto práce navrhujeme model výpočtu *EC* pre penzijné fondy. Najprv sa ale budeme zaoberať rizikami, ktoré plynú z činnosti penzijných fondov, a úpravou modelu tak, aby čo najvernejšie reagoval na stresové scenáre, definované v štandardnej metóde, ktorá je súčasťou pripravovanej smernice *Solvency II*.

²Zdroj: [<http://www.investopedia.com/terms/e/economic-capital.asp>].

Kapitola 4

Solvency II

V poisťovníctve sa solventnosťou rozumie schopnosť poisťiteľa plniť svoje budúce záväzky a uhradiť tak všetky oprávnené poistné nároky vyplývajúce z realizovaných poistných udalostí. Solventnosťou sa zaoberá aj pripravovaný koncept *Solvency II*, ktorý je v súčasnosti v poslednej fáze pred zavedením do platnosti. Okrem poisťovníen sa rozmyšľa i nad aplikáciou na penzijné fondy. V krátkosti si preto teraz uvedieme jej doterajší vývoj a základné špecifikácie.

4.1 História a súčasnosť

Pre potreby regulácie poisťovníen a kontroly nad možnými rizikami, ktoré z poistnej činnosti vyplývajú, vznikol v roku 1979 koncept *Solvency I*. Jeho aplikácia už v priebehu niekoľkých rokov ukázala pozitívne výsledky. Kvalita ochrany poistníkov výrazne vzrástla a zlepšila solventnosť viacerých poistných inštitúcií. Od vzniku týchto pravidiel došlo k pomerne významným zmenám, objavili sa nové prístupy v oceňovaní rizík a preto vznikla potreba nového poistného konceptu.¹ Jeho hlavnou úlohou bolo ponúknuť spoločnosti lepšie podnety a prostriedky pri meraní a správe rizikových situácií, a zároveň poskytnúť hodnotné informácie, získané z kvantitatívnych a kvalitatívnych meraní rizík súvisiacich s poisťovacou činnosťou. V júli 2007 preto Európska komisia navrhla rozsiahlejšie zmeny v požiadavkách na kapitál poisťovní. Európsky parlament, Rada a Komisia na jar roku 2009 schválili

¹Prvé prípravy tohoto projektu začali už v roku 2002.

text novej rámcovej smernice a *CEIOPS*² začal s prípravou implementačných opatrení. Termín, kedy sa má nová smernica preniesť do národných legislatív a nadobudnúť účinnosť je podľa posledných informácií stanovený na koniec roka 2012.

Nový koncept požaduje systematický a viac komplexnejší prístup k riadeniu a oceňovaniu rizík. Naproti tomu, *Solvency I* nebol rizikovo orientovaný, nerozlišoval medzi rôznymi rizikovými triedami, nebral do úvahy niektoré riziká,³ vychádzal len zo strany pasív poisťovne a pri stanovení minimálnych kapitálových požiadaviek používal dnes zastaralé metódy.⁴

Nová smernica požaduje kvantitatívne a kvalitatívne požiadavky, v závislosti na druhu rizika. Namiesto poistného rizika, alebo rizika zaistovacej činnosti, zohľadňuje i ďalšie druhy ako sú napríklad *ALM* riziko, úverové riziko alebo zdravotné, či operačné riziká. Vychádza z reálneho oceňovania aktív a pasív (ich tržnou hodnotou) a zavádza tiež výrazné nároky na vnútorný kontrolný systém poisťovní. Okrem navrhnutého všeobecného modelu ekonomického kapitálu povzbudzuje spoločnosti k tvorbe jej vlastných interných modelov.

Poznámka č. 4: Súčasťou novej smernice je vytvorenie systému odpovedajúcej kontroly, auditu a reportingu, ktorého úlohou bude zaistiť súlad s pravidlami a implementáciou *Solvency II*.

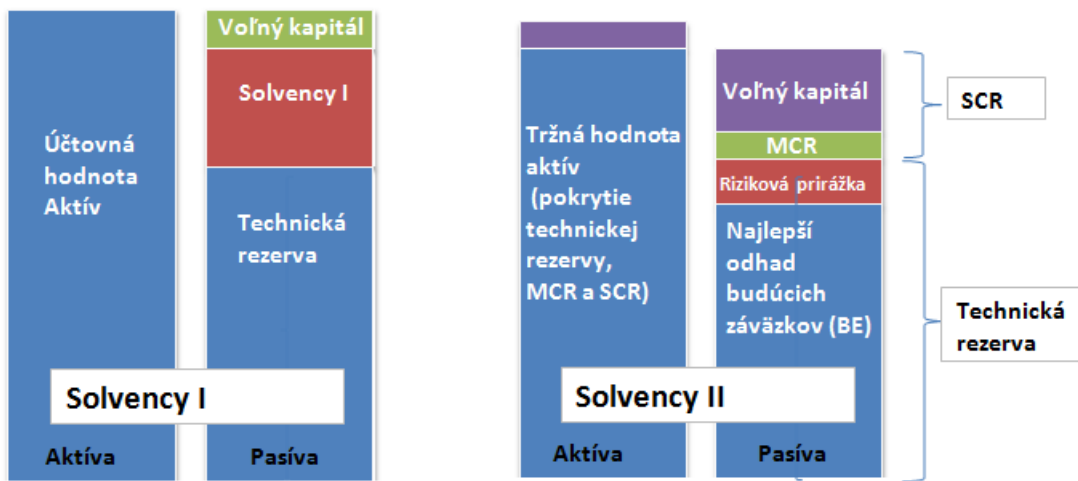
Solvency II ako rizikovo založený prístup vychádza z podobného základu ako regulácia v bankovom sektore, známa pod označením *Basel II*. *Basel II* má ale pred *Solvency II* dnes už niekoľkoročný náskok.⁵ Spomíname ho ale z toho dôvodu, pretože predstavuje vôbec prvý koncept regulácie založenom na riadení rizík a ako prvá banková regulácia tak predstavuje istý prvok inšpirácie pre reguláciu v poisťovníctve.

²Výbor európskych orgánov dohľadu nad poisťovníctvom a zamestnaneckými penzijnými fondami (*CEIOPS*) bol založený rozhodnutím Európskej Komisie 5. novembra 2003. Jeho členmi sú inštitúcie poistného sektora a sektora zamestnaneckých penzijných fondov členských štátov EÚ.

³Napríklad riziko *ALM* (z angl. *Asset liability management*), ktoré predstavuje riziko riadenia aktív a pasív spoločnosti.

⁴Pri výpočte vychádzal z historický dát a skúseností, definoval len minimálny garančný fond alebo prirážky na solventnosť.

⁵Implementácia projektu *Basel II* prebiehala v roku 2009.



Obrázok 4.1: Porovnanie Solvency I a Solvency II:

Oba koncepty majú spoločný cieľ a štruktúru:

- tvoria obozretný rámec pre banky (*Basel*) a poisťovne (*Solvency*),
- snažia sa o lepšie porozumenie a riadenie rizík,
- koncept je založený na tzv. trojpilierovom princípe.

Existujú medzi nimi však aj podstatné rozdiely:

- *Solvency II*, ktorá podchytáva všetky kvantifikovateľné riziká v prvom pilieri, vychádza z reálneho ocenenia aktív a pasív, zatiaľ čo sa *Basel II* zaoberá iba vybraným rizikám (kreditné, tržné a operačné) a len o stranu aktív banky.
- *Solvency II* viaže kapitálovú požiadavku priamo na riziko nesolventnosti, ktoré odpovedá 0,5% pravdepodobnosti úpadku poisťovne na jednoročnom intervale, kým *Basel II* kalibruje minimálnu kapitálovú primeranosť na 8% hladinu, podobne ako *Basel I*.
- Do modelu výpočtu postačiteľnej výšky solventného kapitálu včleňuje *Solvency II* diverzifikáciu a vzájomnú rizikovú závislosť, *Basel II* charakteristiku rizík naopak ignoruje a jednotlivé kapitálové požiadavky jednoducho sčítava.
- *Solvency II* je výpočtovo omnoho komplikovanejšia než *Basel II*.

Poznámka č. 5: Viac informácií o problematike a porovnaní *Basel* a *Solvency* nájdeme napríklad v práci *Basel II and Solvency II Impact analysis of two supervision Models on Financial Institutions* [9].

4.2 Trojpilierový systém

V *Solvency II* je výpočet solventného kapitálu definovaný v spomínanom trojpilierovom systéme (Obrázok č. 4.2). Prvý pilier zahŕňa kvantitatívne požiadavky, druhý naopak kvalitatívne požiadavky a posledný tretí pilier má nastarosti harmonizáciu, reporting a zverejňovanie informácií. Systém charakterizuje zásada proporcionality a dohľadu nad celou poistnou skupinou.

Kvantitatívne požiadavky

Výpočet solventnej kapitálovej požiadavky odpovedá dvom úrovňam:

SCR alebo základná kapitálová požiadavka (z angl. *Solvency capital requirement*) je cielený kapitál, ktorý musí spoločnosť mať za normálnych podmienok. Podľa *Solvency II* predstavuje *SCR* ekonomický kapitál, ktorý spoločnosť musí udržiavať v záujme solventnosti. Pri jeho výpočte by mala brať do úvahy všetky kvantifikovateľné riziká (minimálne upisovacie, tržné, úverové a operačné riziko), s ktorými prichádza do styku.

Na výpočet *SCR* je použitá metóda *VaR* 99,5% na jednoročnom časovom intervale. To znamená, že spoločnosť nebude schopná pokryť svoje záväzky behom nasledujúceho roka s maximálnou pravdepodobnosťou 0,5%. Pre výpočet môže byť použitá štandardná formula, vlastný interný model spoločnosti, alebo ich kombinácia.

MCR, alebo minimálna kapitálová požiadavka (z angl. *Minimum capital requirement*) odpovedá absolútnemu minimu potrebného kapitálu. V prípade, že spoločnosť disponuje kapitálom, ktorý je pod úrovňou *MCR*, bude čeliť opatreniam, ktoré vykoná stanovený poistný regulátor pre potreby znovu dosiahnutia potrebnej solventnosti spoločnosti. Podľa odporúčania *CEA* má *MCR* vhodne vychádzať z výpočtu *SCR* a jeho výpočet musí byť jednoduchý [10]. Jednou z navrhnutých alternatív je stanovenie hornej a dolnej hranice:

$$25\% SCR \leq MCR \leq 45\% SCR. \quad (4.1)$$



Obrázok 4.2: Grafické znázornenie trojpilierového systému v *Solvency II*.

Kvalitatívne požiadavky

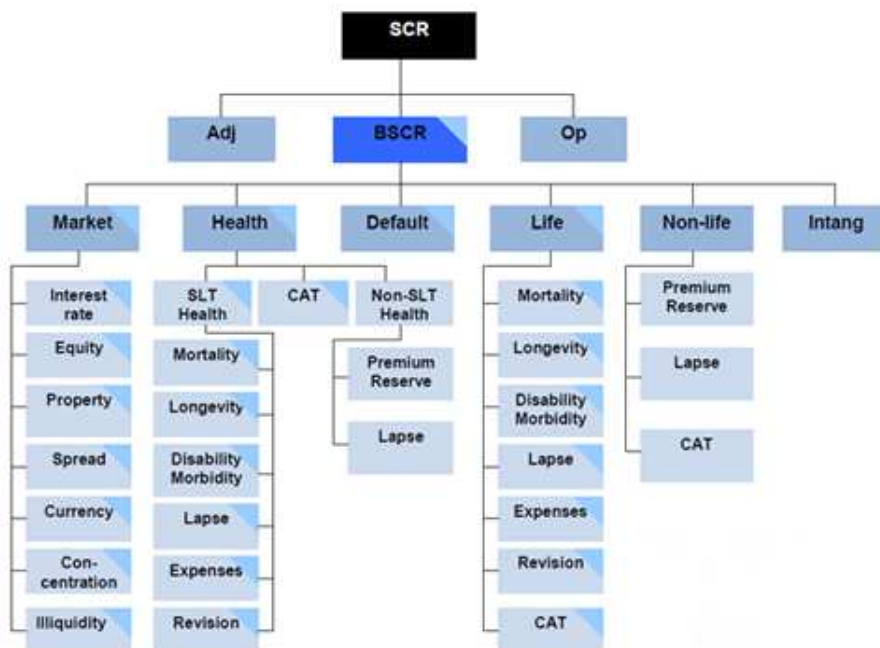
Druhý pilier je založený na popise metód systému riadenia rizík a vnútornej kontroly. Zmenou je v tejto oblasti kontrola *ORSA* (z angl. *Own risk and Solvency Assessment*), na základe vlastného rizikového profilu spoločnosti a proces spätnej kontroly *SRP* (z angl. *Supervisory review process*). Pomocou nich bude vytvorený dozorný orgán, ktorý ohodnotí rizikový profil a uistí sa, že spoločnosť drží primerané rezervy vzhľadom k risk manažmentu a riadiacim procesom. Súčasne poskytne odborné rady a skúsenosti, vyhodnotí kvalitu dát a pomôže pri zvolení vhodnej metodológie. V prípade nedodržiavania pravidiel disponuje možnosťou stanovenia rôznych sankcií.

Zverejňovanie a vykazovanie

Posledný pilier posilňuje predošlé dva piliere a stanovuje princípy povinného zverejňovania informácií pre externé orgány, akými sú napríklad finančné trhy, regulátor, ratingové agentúry, akcionári a pod.

Jeho cieľom je zvýšiť transparentnosť, udržať harmonizáciu s účtovnými pravidlami *IFRS*,⁶ dohliadnuť nad kvalitou dát a dodržiavaním termínov pri výročných správach o solventnosti a finančnej situácii subjektov. Zároveň sa usiluje o väčšiu porovnateľnosť medzi spoločnosťami.

⁶IFRS, Medzinárodné štandardy finančného vykazovania



Obrázok 4.3: Schéma popisujúca rozdelenie rizikových modulov podľa štandardnej formuly SCR [11].

4.3 Štandardná formula

Spoločnostiam, ktoré nevlastnia vlastný model výpočtu SCR , ponúka *Solvency II* univerzálny model, tzv. štandardnú formulu (z angl. *standard formula*). V nej je výpočet SCR rozdelený do niekoľkých rizikových skupín (modulov) a podskupín (submodulov), ktoré definujú celkový obraz rizikového profilu spoločnosti. Výsledný SCR vzniká kombináciou dielčích SCR_i a korelačnej matice, ktorá definuje vzájomnú závislosť rizikových tried.

Graficky je postup znázornený na obrázku č. 4.3.

Poznámka č. 6: Požiadavky *Solvency II* na vlastný interný model spoločnosti:

- kvalita testovania - spoľahlivosť údajov a historicky nazbieraných dát,
- kalibrácia a výpočet SCR vychádza z tržnej hodnoty aktív a pasív, 99,5% alebo vyššej hladiny spoľahlivosti a jednoročný horizont projekcie,
- test používania - model musí byť skutočne používaný v praxi, v rámci riadenia rizík spoločnosti.

4.3.1 Vstupné parametre

Pri výpočte jednotlivých SCR je v každom rizikovom submodele požadovaný ako vstupný parameter hodnota ΔNAV , ktorú definujeme ako rozdiel medzi zmenou hodnoty aktív ($\Delta Assets$) a zmenou hodnoty záväzkov ($\Delta Liabilities$):

$$\Delta NAV = \Delta Assets - \Delta Liabilities. \quad (4.2)$$

Aktíva majú byť podľa odporúčania *Solvency II* ocenené ich tržnou cenou MVA (z angl. *Market vale of Assets*), za ktorú môžu byť na trhu predané medzi informovanými, dobrovoľne súhlasiacimi stranami. Do ich výpočtu musíme zahrnúť všetky aktíva, ktorými penzijný fond disponuje.

Záväzky majú byť ocenené naopak cenou, za ktoré môžu byť na trhu vysporiadané v nezávislej transakcii medzi informovanými, dobrovoľne súhlasiacimi stranami, pričom nesmú obsahovať žiadnu rizikovú prirážku. Na ich výpočet je použitá reálna hodnota záväzku FVL (z angl. *Fair Value of Liabilities*), definovaná vzťahom:

$$FVL = E(PV_{annuity} + PV_{rest\ out} + PV_{costs} - PV_{premium} - PV_{state\ contr.}), \quad (4.3)$$

kde strednú hodnotu počítame ako priemer všetkých simulácií ⁷ a súčasné hodnoty sledovaných veličín predstavujú:

- $PV_{annuity}$... výplatu plnenia na starobný dôchod,
- $PV_{rest\ out}$... výplaty ostatných plnení- jednorázové výplaty a odkupné,
- PV_{costs} ... celkový objem nákladov,
- $PV_{premium}$... objem zaplateného poistného a
- $PV_{state\ contr.}$... celkovú výšku štátnych príspevkov.

Získaný parameter ΔNAV je použitý na výpočet požadovanej výšky SCR podľa definície:

$$SCR_i = \max_i\{\Delta NAV | \text{šok}_i; 0\}, \quad (4.4)$$

kde rizikový kapitál SCR_i , potrebný na ochranu pred rizikom i , vysvetľujeme dopadom zvoleného scenára na čistú hodnotu aktív spoločnosti.

⁷V modely bude pre každý šokový scenár použitých viacero simulácií.

Podľa *Solvency II* sa efekt zápornej zmeny $\Delta NAV < 0$ do celkovej *SCR* nezapočítava, pretože objem zníženej hodnoty *NAV* pre spoločnosť neznamená nižšiu potrebu držania rizikového kapitálu [11]. Z toho dôvodu je záporná zmena *NAV* definovaná ako:

$$\Delta NAV < 0 \Rightarrow \Delta NAV := 0. \quad (4.5)$$

4.3.2 Rizikové scenáre

V *Solvency II* je výpočet ekonomického kapitálu spojený so simuláciou šokových scenárov, ktoré skúmajú celkový rizikový profil spoločnosti. V tomto úseku určíme, ktoré riziká významne ovplyvňujú chovanie penzijného fondu a preto by nesmeli chýbať vo výpočte kapitálu *SCR*. Súčasne definujeme niekoľko základných rizikových scenárov, ktoré potom aplikujeme na model penzijného fondu.

Z klasickej ponuky rizikových modulov v štandardnej formule, zverejnenej napr. na stránkach *CEIOPS, QIS 5: Standard formula Approach*,⁸ sú najdôležitejšie nasledujúce:

- modul tržného rizika (*Market risk modul*) a
- modul pre životné upisovacie riziko (*Life underwriting risk modul*).

Z modulu tržného rizika je podstatné najmä riziko úrokovej sadzby (*Interest rate risk*), ktorá ovplyvní výnosnosť penzijného fondu, ale najmä tržnú cenu aktív v jeho portfóliu. V prípade, že uvažujeme o konzervatívne založenom penzijnom fonde, nie je významné riziko pravdepodobnosti zlyhania (*Credit default risk*), pretože základnú časť portfólia predstavujú štátne dlhopisy. Z dôvodu štátnej regulácie alokácie aktív penzijného fondu nie je podstatný ani rizikový modul pre menové riziko (*Currency risk*), riziko koncentrácie (*Concentration risk*), spreadu (*Spread risk*) a ani riziko nehnuteľnosti (*Property risk*). Za významné považujeme tiež riziko akcií (*Equity risk*), ale v porovnaní s rizikom úrokovej sadzby penzijného fondu nepredstavuje preň kľúčové riziko.

⁸Kvantitatívne dopadové štúdie (z angl. *Quantitative impact studies*), ďalej už len *QIS*, skúmajú vplyv nových návrhov na kapitálové požiadavky pre spoločnosť.

V penzijnom fonde, do modulu životného upisovacieho rizika patrí riziko úmrtnosti (*Mortality risk*), dlhovekosti (*Longevity risk*), riziko nákladov (*Expenses risk*) a riziko storien (*Lapse risk*). Neuvažujeme zdravotné riziko (*Health risk*), ktoré sa (možno okrem invalidného dôchodku) v penzijnom fonde nenachádza, a z podobných dôvodov sú minimálne i revízne riziko (*Revision risk*) a riziko chorobnosti (*Disability, Morbidity risks*).

Tabuľka č. 1: Zoznam základných stresových scenárov, skonštruovaných pre simulácie nepriaznivých podmienok vývoja penzijného fondu:

Typ rizika	Použitý scenár
- tržné riziko:	
- riziko úrokovej sadzby (šok hore)	+55% ITR
- riziko úrokovej sadzby (šok dole)	−45% ITR
- životné upisovacie riziko:	
- riziko úmrtnosti	+10% ÚT
- riziko dlhovekosti	−25% ÚT
- riziko nákladov	+10% EXP+1% INF
- riziko storna (šok hore)	+50% LAPS
- riziko storna (šok dole)	−50% LAPS
- riziko storna (šok objemu)	+30% MASS

- +55% ITR modeluje šok, resp. riziko nárastu úrokovej sadzby o 55%,
- −45% ITR je naopak pokles úrokovej sadzby.
- +10% ÚT spočíva v stálom 10% náraste úmrtnosti pre každý vek a pohlavie účastníka,
- −25% ÚT naopak v stálom 25% poklese úmrtnosti.
- +10% EXP +1% INF je nárast o 10% budúcich poplatkov v porovnaní s najlepším odhadom a 1% navýšenie ročnej miery inflácie nákladov.
- +50% LAPS opisuje nárast pravdepodobnosti storna o 50%,
- −50% LAPS simuluje naopak pokles tejto pravdepodobnosti a
- +30% MASS charakterizuje masový 30% nárast objemu odkupov v nasledujúcom roku v portfóliu penzijného fondu.

4.4 Štruktúra SCR

V kapitole 3 sme uviedli, že prvý pilier v *Solvency II* definuje výpočet ekonomického kapitálu pomocou solventnej kapitálovej požiadavky SCR . V štandardnej formule je kalkulácia SCR definovaná nasledujúcim spôsobom:

$$SCR = BSCR + SCR_{op}. \quad (4.6)$$

SCR_{op} predstavuje operačné riziko penzijného fondu a $BSCR$ jeho základnú kapitálovú požiadavku.

1. Základná kapitálová požiadavka je kombinácia kovariančnej matice $(CorrSCR)_{r,c}$ a jednotlivých SCR_i , počítaných na základe použitých rizikových modulov. Výška základného solventného kapitálu⁹ je potom rovná:

$$BSCR = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR_{r,c} * SCR_r * SCR_c}; \quad (4.7)$$

a upravená korelačná matica pre rizikový kapitál tržného rizika SCR_{mkt} a životného upisovacieho rizika SCR_{life} je v tvare:

CorrSCR	SCR_{mkt}	SCR_{life}
SCR_{mkt}	1	0,25
SCR_{life}	0,25	1

2. Modul operačného rizika rieši operačné riziko len vtedy, ak už nebolo výslovne zahrnuté v iných rizikových moduloch. V takom prípade, je výška kapitálu potrebného na krytie operačného rizika, SCR_{op} , určená ako:

$$SCR_{op} = \min\{0,30 * BSCR; OP_{pension}\}, \quad (4.8)$$

kde $OP_{pension}$ odpovedá výške kapitálu, závislého od veľkosti prijatých platieb účastníkov:

$$OP_{pension} = 0,03 * Pr_{pension} \quad (4.9)$$

$Pr_{pension}$ predstavuje súčasnú hodnotu prijatého poistného. V našom prípade sú to vklady účastníkov spolu so získaným štátnym príspevkom.

⁹V štandardnej formule je do výpočtu zahrnutý tiež mitigačný efekt (z angl. *Mitigation effect*), o ktorom sme z časových dôvodov v tejto práci neuvažovali.

V tejto chvíli potrebujeme vypočítať základné kapitálové požiadavky pre oba rizikové moduly (SCR_{mkt} pre modul tržného rizika a SCR_{life} pre modul upisovacieho životného rizika) penzijného fondu. A podľa definície (4.6) získame celkový požiadavok na solventný kapitál SCR , ktorým ak bude penzijný fond disponovať, podľa *Solvency II* pokryje budúce straty vzniknuté v horizonte jedného roka na hladine spoľahlivosti 99,5%.

Kapitola 5

Výpočet ekonomického kapitálu pre penzijný fond

5.1 Model penzijného fondu

Pre naše potreby výpočtu ekonomického kapitálu a simulácie rizikových scenárov, zvolených v predchádzajúcej kapitole 4.3.2, budeme vychádzať z modelu navrhnutom v programe *Microsoft Excel* a *Visual Basic*, ako súčasť diplomovej práce *Mgr. Pavla Koudelky* [12].

Modelujeme fiktívny penzijný fond s počiatočnou hodnotou aktív 800 mil. korún. Z toho základný kapitál predstavuje 50 mil. finančných prostriedkov, jeho rezervný fond má počiatočnú hodnotu 10 mil., v neaktívnych zmluvách je umiestnených 30 mil. a zostatok pripadá na modelované zmluvy. Pri výpočte využívame model konzervatívne založeného fondu s garanciou technickej úrokovej miery 2%. Skladba portfólia aktív zostáva počas celej doby projekcie nemenná.

Tabuľka č. 2: Rozloženie aktív v rozvahe penzijného fondu:

dlhopisy	680 000 000	85%
akcie	80 000 000	10%
terminované vklady	40 000 000	5%

Vývoj modelu simulujeme deterministicky, vždy na 60 rokov dopredu, pričom pre každý rizikový scenár používame 1 000 simulácií.¹

Portfólio penzijného fondu obsahuje 20 000 zmlúv, pričom uvažujeme len o stávajúcom obchode. Priemerný vek účastníkov v penzijnom pláne je 41, t.j. účastníci, ktorí sa zatiaľ nachádzajú v sporiacej fáze a v priemere o 19 rokov splnia podmienky na výplatu starobného dôchodu.² Správne náklady na jednu zmluvu predstavujú 50 korún mesačne, nákladová inflácia je 3% ročne. Provízny systém uvažujeme len v prvých dvoch rokoch od založenia zmluvy, t.j. v prvom roku 10% ročného poistného, v druhom 5%.

Modelovanie aktív

Najdôležitejšou časťou aktív sú v našom modeli dlhopisy. Na počiatku projekcie ich držíme až do splatnosti a zhodnotenie je dané výnosom do splatnosti. Ďalej, v priebehu modelovania, sú nakupované tak, aby vyvážali hodnotu aktív a pasív, na udržanie rozvahovej rovnosti. Nakupujeme 5-ročné bezkupónové dlhopisy a držíme ich do splatnosti. Ostatné aktíva ako akcie a terminované vklady, sú v modeli účtované na základe ich nákupnej hodnoty.

Na výpočet ceny dlhopisov a akcií je použitý všeobecný dvojfaktorový model, ktorý predpokladá dva korelované Uhlenbeck-Ornsteinove procesy. Ich výhodu a výpočet nájdeme napríklad v dizertačnej práci *Finfrle* [13], *Brigo and Mercurio* [14] alebo v prílohe našej práce.

Modelovanie pasív

Prostriedky účastníkov počas sporiacej fázy a výnosy z nich modelujeme od štátnych príspevkov a výnosov oddelene. Prostriedky na výplatu anuit modelujeme taktiež v samostatnom fonde. Ten každoročne upravujeme tak, aby bol pre aktuálnu potrebu výplat dostatočný, t.j. podľa aktuárskych pravidiel:

$$V_{k,x} = P(k) \cdot \ddot{a}_{x+k}^{12}, \quad (5.1)$$

¹S ohľadom na časovú náročnosť budú úpravy modelu popísané v nasledujúcej podkapitole definované vždy na 100 simuláciách.

²Minimálna doba platenia príspevkov je podľa znenia súčasného zákona [1] 60 mesiacov a minimálny vek 60 rokov.

kde $V_{k,x}$ predstavuje výšku rezervy, potrebnej na vyplácané anuity, \ddot{a}_{x+k}^{12} je súčasná hodnota predlehotného jednotkového dôchodu, ktorý je mesačne vyplácaný účastníkovi vo veku $x+k$, a $P(k)$ predstavuje aktuálnu výšku vyplácanej anuity. Pri výpočte anuit používame úmrtnostné tabuľky, vydané Českým statistickým úradom na rok 2008 [15].

Predpokladáme, že sú odchody našich účastníkov počas sporiacej fázy spôsobené zákonom povolenými prestupmi k iným penzijným fondom. Pre penzijný fond to znamená výplatu celkových príspevkov, vrátane pripísaného podielu na zisku a štátnych príspevkov.³ Takýto prestup je však možný len do okamžiku vzniku nároku na výplatu jednorázovej výplaty alebo doživotnej anuity, ktoré sú navzájom závislé⁴ a obe závisia na dĺžke trvania zmluvy a na veku účastníka.

Objem vyplácanej anuity, resp. jednorázovej výplaty v okamžiku splnenia podmienok, závisí na celkovej výške nazhromaždených prostriedkov počas sporiacej fázy a výplata končí smrťou účastníka. Pre zjednodušenie predpokladáme, že prestupy účastníkov sú síce zákonom povolené až po uplynutí 12 mesiacov zotrvania v penzijnom pláne, na zmenu záväzku však takýto prestup vplýva iba minimálne. Pravdepodobnosť ukončenia zmluvy zostáva kladná počas celej doby trvania projekcie, až do vzniku nároku na výplatu anuity, resp. jednorázovej výplaty.

Delenie zisku

Budeme predpokladať, že manažmentom zvolený systém rozdelenia zisku zostáva nemenný počas celej doby vývoja penzijného fondu. Zisk sa delí na konci kalendárneho roka (nasledujúca schéma), pričom sú vždy dotované najskôr aktuálne vyplácané anuity:

účastníci	85%
na výplatu dividend	10%
rezervný fond	5%

³Takúto úpravu si môžeme dovoliť, pretože smrť alebo prestupy majú rovnaký dopad na vývoj penzijného fondu, bez ohľadu na to, či sú štátne príspevky navrátené účastníkovi alebo Ministerstvu financií.

⁴V modele sa pravdepodobnosť výberu anuity rovná $(1 - \text{pravdepodobnosť výberu jednorázovej výplaty})$.

Rezervný fond je jedným z prostriedkov, ktorými dokáže penzijný fond vynahradiť nedostatok finančných prostriedkov, napríklad pri zápornom hospodárskom výsledku alebo pri dotácii garantovaného zúročenia. V prípade, že je nepostačujúci, penzijný fond znižuje hodnotu základného kapitálu. Tá je v prípade poklesu pod dolnú hranicu 50 mil. v modele automaticky navyšovaná kapitálovými injekciami od akcionárov penzijného fondu tak, aby sme zabezpečili realistický priebeh výplaty anuit a vývoja penzijného fondu.

5.1.1 Dynamické pravidlá chovania účastníkov

V modele je nastavená konštantná schéma odchodu účastníka (vyplývajúca len z dĺžky trvania zmluvy a veku účastníka) nezávisle na tom, aký stresový scenár na vývoj penzijného fondu používame. Pri skúmaní dopadu jednotlivých rizík ale potrebujeme, aby počet platných zmlúv v penzijnom fonde dokázal pružne reagovať na zmeny vo vývoji nášho modelu. Pred samotným výpočtom *SCR* sa v tejto časti pokúsime používaný model upraviť tak, aby čo najviac odrážal racionálne chovanie aktívnych účastníkov penzijného plánu (tzv. dynamické chovanie). Budeme predpokladať, že väčšina účastníkov penzijného plánu využíva penzijné pripoistenie so štátnym príspevkom ako prostriedok zabezpečenia sa v starobe. Svoju finančnú situáciu riešia dlhodobo a preto sa domnievame, že účastník vstúpi do penzijného fondu tam, kde sú pre neho najvýhodnejšie podmienky. Z toho dôvodu aplikujeme funkciu $F(T)$, ktorá pre aktuálny rok projekcie T , upravuje pravdepodobnosť odchodu na základe výnosnosti v portfóliu nasledujúcim spôsobom:

$$P^*(T, t, x) = P(t, x) \cdot F(T). \quad (5.2)$$

To znamená, že pravdepodobnosť odchodu, resp. storna zmluvy $P(t, x)$, ktorá závisí od veku účastníka x a dĺžky trvania zmluvy t , bude následne upravená prenasobením koeficientu $F(T)$:

$$F(T) = p_t \in (0, 2); \quad T \leq 60. \quad (5.3)$$

Takto definovaná funkcia $F(t)$ priradí účastníkovi parameter p_t pre každý rok projekcie $T \in (1, 60)$.⁵ Ten, v závislosti od aktuálneho zhodnotenia prostriedkov, účastníkovi pravdepodobnosť odchodu navýši alebo zníži.

⁵Celá projekcia spočíva vo vývoji penzijného fondu počas 60 rokov.

Pravidlo 5% : V nasledujúcom pokuse uvažujme hranicu 5%. Ak bude aktuálny výnos prostriedkov uložených účastníkom za rok T vyšší ako nami konštantne zvolená hranica 5%, očakávania účastníka budú splnené a jeho pravdepodobnosť storna sa zníži ($F(T) < 1 \Rightarrow P^*(T, t, x) \leq P(t, x)$) a naopak. Výsledky takejto projekcie zobrazuje nasledujúca *tabuľka č. 3*.

Tabuľka č. 3: Porovnanie vývoja penzijného fondu pri pôvodnom nastavení modelu a po aplikácii *Pravidla 5%*:⁶

Popis	Pôvodný model	Pravidlo 5%
$PV_{annuity}$	103 049 198	3 536 694
$PV_{rest\ out}$	1 624 030 052	14 329 675
PV_{costs}	108 313 046	2 429 659
$PV_{premium}$	909 758 423	17 488 833
$PV_{state\ contr.}$	185 932 277	3 553 423
FV of Liabilities	739 701 596	– 746 228
MV of Assets	800 000 000	0

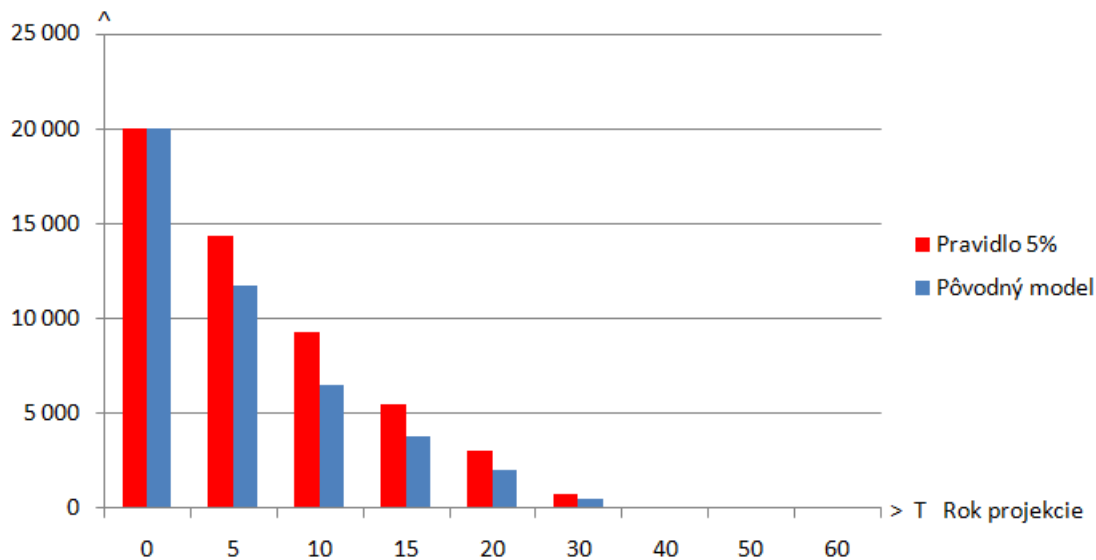
Oproti pôvodným výsledkom vzrástli príjmy penzijného fondu, administratívne náklady, výplaty v podobe jednorázových vyrovnaní, odkupov a súčasná hodnota vyplatenej anuity. Výdaje sú však oproti príjmom nižšie a pravidlo 5% v konečnom dôsledku znižuje reálnu hodnotu záväzku penzijného fondu ($\Delta FVL < 0$).

To znamená, že zvolená hranica 5% ročného zúročenia počet stornujúcich zmlúv znížila (Obrázok č. 5.1). Náš fiktívny penzijný fond si totiž držal priemerné ročné zhodnotenie nad 5%, čo malo pre neho pozitívny dopad.

Tržná hodnota aktív, MVA , nebola touto zmenou ovplyvnená, pretože z vybraných rizikových modulov má na ňu vplyv len tržné riziko. Pri iných simuláciách hodnotu MVA , resp. ΔMVA preto nebudeme skúmať.

Pravidlo 6,5% : Daný model spustíme znova, tentokrát s hranicou 6,5%. Všeobecne by malo platiť, že s rastúcim prahom rastie i reálna hodnota záväzku penzijného fondu, pretože klienti stornujú skôr a realizujeme nízke budúce zisky.

⁶V tabuľkách bude uvádzať vždy zmeny hodnôt sledovaných veličín.

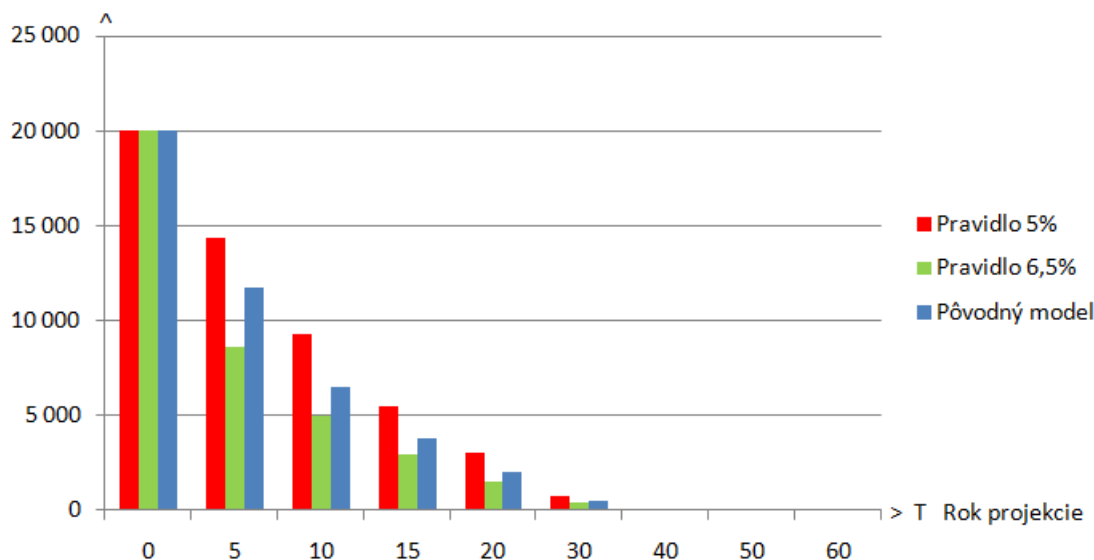


Obrázok 5.1: Vývoj počtu platných zmlúv v portfóliu penzijného fondu pri pôvodnom nastavení modelu a po aplikácii pravidla 5%.

Tabuľka č. 4: Vývoj penzijného fondu pri pôvodnom nastavení modelu a po aplikácii Pravidla 6,5%:

Popis	Pôvodný model	Pravidlo 6,5%
$PV_{annuity}$	103 049 198	– 909 257
$PV_{rest out}$	1 624 030 052	– 14 329 674
PV_{costs}	108 313 046	–2 429 660
$PV_{premium}$	909 758 423	–17 488 834
$PV_{state contr.}$	185 932 277	–3 553 423
FV of Liabilities	739 701 596	3 373 666

Pravidlo 6,5% malo podľa našich predpokladov opačný výsledok. Účastníci s hodnotením svojich vkladov neboli spokojní a preto opciu na odkupné využívali častejšie (znížený príjem na strane príspevkov). Oproti pôvodnému rozdeleniu storien pozorujeme podobný nerovnomerný vývoj ako po aplikácii pravidla 5%. Pravidlo 5% má počet storien logicky nižší ako pri hranici 6,5% (Obrázok č. 5.2). Pre rýchlejší úbytok aktívnych účastníkov klesla súčasná hodnota výplat na anuitách a ostatných výplatách. V porovnaní s minulým pravidlom, tentokrát zmena výdavkov prevyšuje zmenu príjmov, t.j. záväzok penzijného fondu vzrástol ($FVL > 0$).



Obrázok 5.2: Vývoj počtu platných zmlúv v portfóliu penzijného fondu pri pôvodnom nastavení modelu a po aplikácii pravidiel 5% a 6,5%.

Tabuľka č. 5: Počet stornovaných zmlúv v portfóliu po zavedení pravidla 5% a 6,5%:

	Pôvodný model	Pravidlo 5%	Pravidlo 6,5%
počet storien	12 070	11 832	13 273
ΔFVL	100%	-0,10%	+0,46%

Predchádzajúce výsledky dokazujú, že vývoj penzijného fondu vo veľkej miere závisí od „spokojnosti“ účastníkov. V snahe minimalizovať svoje straty musí penzijný fond hospodáriť tak, aby bol schopný konkurencie iným penzijným fondom na poistnom trhu. Z toho dôvodu už ďalej nebudeme uvažovať o jednoduchej, konštantne zvolenej hranici, ktorá účastníkovi nedovoľuje pružne reagovať na zmeny na finančnom trhu. Musíme zvážiť možnosť, že s aktuálnou výnosnosťou účastník nebude spokojný, ale ak bude situácia (z hľadiska profitability) v inom penzijnom fonde podobná, dokonca horšia, účastník z nášho penzijného plánu nebude chcieť odísť.

Rozhodli sme sa modelovať konkurenčný penzijný fond, pričom si postačíme s projekciou jeho aktívnej strany rozvahy. Konkurencia bude disponovať rovnakým objemom aktív (800 mil.), líšiť sa bude len v skladbe portfólia (v akciách je oproti nášmu modelu trojnásobne viac finančných prostriedkov).

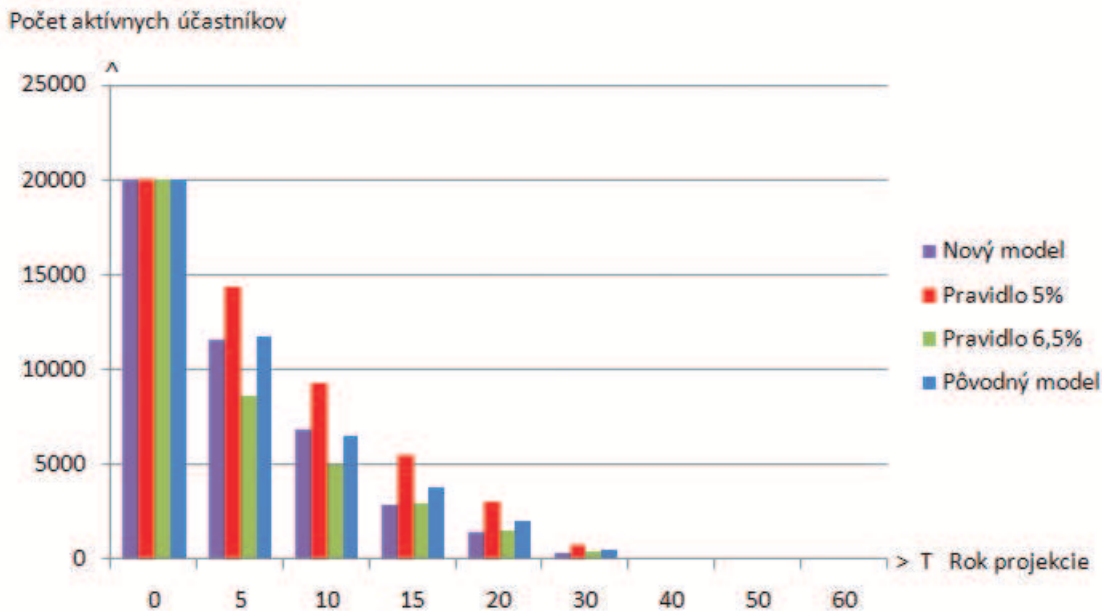
Tabuľka č. 6: Vývoj penzijného fondu pri pôvodnom nastavení modelu a po aplikácii algoritmu dynamického chovania v závislosti od konkurencie:

Popis	Pôvodný model	Nový model
$PV_{annuity}$	103 049 198	−16 782 470
$PV_{rest\ out}$	1 624 030 052	− 69 048 511
PV_{costs}	108 313 046	−11 117 934
$PV_{premium}$	909 758 423	−74 324 347
$PV_{state\ contr.}$	185 932 277	−15 485 353
FV of Liabilities	739 701 596	−7 139 215

Po poslednej úprave modelu vidíme značný pokles zo strany príjmov. Výnos konkurenčného fondu motivoval stávajúcich účastníkov k častejším odchodom. Penzijný fond tak hospodáril s menším objemom finančných prostriedkov (pokles rozdeliteľného zisku o 14,1%) a na záver vyplatil aj menej anuit a jednorázových výplat. Celkovo však aplikácia takého dynamického chovania účastníka (oproti výsledku pravidla 6,5%) viedla k pozitívnej zmene a reálna hodnota záväzku nášho penzijného fondu klesla ($\Delta FVL < 0$).

Simulácia dynamického chovania s modelom konkurencie vystihuje správanie účastníkov pre naše potreby najlepšie. Samozrejme, že racionalita účastníkov reálne nemôže záväzok penzijného fondu znížiť (okrem špecifických prípadov, napr. pri veľkých nerozdelených ziskoch). Prínos dynamického chovania (v zmysle nárastu FVL) ukážeme napríklad pri skúmaní tržného rizika, alebo po aplikácii scenára so zvýšenou pravdepodobnosťou storna. Z uvedených dôvodov budeme šokové scenáre z tabuľky č.1 aplikovať na túto poslednú verziu modelu s konkurenčným penzijným fondom.

Pri aplikovaní dynamického chovania by sme mohli zvážiť aj iné alternatívy, ako napríklad porovnanie výnosnosti penzijných fondov s bežným sporiacim účtom resp. investičným poistením, alebo s výnosom v peňažných a dlhopisových fondov. Tieto úpravy sú ale časovo náročné a preto ich nebudeme do nášho modelu aplikovať. Na záver ešte porovnáme výsledky *pravidiel* 5%, 6,5% a *konkurencie* v grafickom (Obrázok č. 5.3) a tabuľkovom prevedení (Tabuľka č. 7).



Obrázok 5.3: Vývoj počtu platných zmlúv v penzijnom pripoistení pri pôvodnom a novom nastavení modelu s dynamickým chovaním účastníka.

Tabuľka č. 7: Počet stornovaných zmlúv v portfóliu po zavedení pravidla 5% a 6,5% a dynamického chovania (nový model):

	Pôvodný model	5%	6,5%	Nový model
počet storien	12 070	11 832	13 273	13 119
ΔFVL	100%	-0,10%	+0,46%	-0,97%

5.2 Rizikové submoduly pre vybrané riziká

V tejto časti budeme vybrané rizikové scenáre z kapitoly 4.3.2 aplikovať na poslednú upravenú verziu modelu penzijného fondu. Jeho nastavenie označíme ako základné nastavenie modelu, resp. model so základným scenárom, *BE* (z angl. *Best estimate*). Pri skúmaní vývoja penzijného fondu sa zameriame na zmeny súčasných hodnôt sledovaných jednotlivých tokových veličín oproti modelu s *BE*.

5.2.1 Tržné riziko

Počas skúmania vplyvu tržného rizika hrá v rámci *Solvency II* významnú úlohu strategická alokácia aktív. Tá sa líši medzi jednotlivými krajinami a spoločnosťami, ako aj medzi samotnou poisťovňou a penzijným fondom. Penzijný fond má zákonom stanovené presné hranice, ako má svoje portfólio investovať, aby bola zaručená stabilita výnosu a ochrana majetku účastníka. Podľa tabuľky č. 2 vieme, že v našom modeli je väčšina úspor investovaná do štátnych dlhopisov (85%). Na ich cene a výnosnosti je preto v značnej miere závislý. Rizikom, ktorým sa budeme v rámci kategórie tržného rizika zaberáť je úrokové riziko, t.j. riziko úrokovej sadzby, ktorá ovplyvňuje aktívnu časť rozvahy poisťovní a penzijných fondov.

Úrokové riziko sme sa rozhodli skúmať v dvoch stresových scenároch. Prvý šok nárastu úrokovej krivky (*ITR up*) o 55% navýši budúce zisky a zhodnotenie aktív v portfóliu penzijného fondu, druhý a opačný scenár (*ITR down*) úrokovú krivku naopak posunie o 45% dole. Šokové scenáre boli vybrané na základe najväčšieho percentuálneho zastúpenia aktív v penzijnom fonde, a to 5-ročných dlhopisov [11]. Výsledky rizikových scenárov si teraz zhrnieme v nasledujúcej tabuľke č. 8, popisujúcej zmenu v sledovaných finančných tokoch.

Tabuľka č. 8: Vývoj modelu penzijného fondu po aplikácii stresových scenárov *ITR up* a *ITR down*:

Popis	BE	Δ ITR up	Δ ITR down
$PV_{annuity}$	67 208 417	17 267 030	247 148
$PV_{rest\ out}$	1 569 089 097	-401 061 531	517 518 724
PV_{costs}	99 297 760	-33 434 874	36 228 793
$PV_{premium}$	853 881 541	-291 679 677	323 549 670
$PV_{state\ contr.}$	174 227 595	-59 431 297	65 825 533
FV of Liabilities	707 486 138	-66 118 401	164 619 462

Prvý scenár, *ITR up*, simulujúci nárast úrokovej krivky pôsobí na náš penzijný fond pozitívne ($\Delta FVL < 0$). Zníženie reálnej hodnoty záväzku znamená, že príjmy⁷ prevýšili potrebné výdaje. Vďaka vyššiemu zhodnoteniu vkladov účastníkov (rozdeliteľný zisk vzrástol o 19,27%) je viditeľné navýšenie celko-

⁷Vklady účastníkov, štátne príspevky a objem pripísaného zisku počas 60 rokov simulovaného vývoja.

vého objemu vyplatených anuit. V tabuľke pozorujeme pokles hodnôt na strane príjmov a výdajov. Na začiatku projekcie sú výrazné prestupy ku konkurenčnému fondu, ktorého výnosy vďaka väčšiemu počtu akcií prevyšujú nízke výnosy z pôvodne nakúpených dlhopisov v našom portfóliu. Penzijnému fondu tým vzniká strata, ktorú financuje z rezervného fondu. Zostávajúca nerozdelená strata sa presúva na stále menšie portfólio, účastníci sú nespokojní s nižšími výnosmi a znova uprednostňujú prestupy ku konkurencii. Pokles je spôsobený i nárastom okamžitej úrokovej sadzby (zvýšením diskontu). Nakoniec je však dopad simulovaného šoku *ITR up* na náš penzijný fond pozitívny, pretože je jeho hodnota budúcich záväzkov nižšia ako pri *BE*.

Opačný scenár bol cielene volený tak, aby v modelovanom penzijnom fonde znížil rozdeliteľný zisk. Keďže bol na účet účastníkom pripisovaný menší podiel zo zisku, súčasná hodnota vyplatenej doživotnej anuity klesla (mierny nárast je spôsobený zvýšenou diskontnou sadzbou). Na rozdiel od nej však stúpol príjem prostriedkov od účastníkov, hodnota odkupu a jednorázovej výplaty, náklady a samozrejme i celková reálna hodnota záväzku penzijného fondu. Príjmy a výdaje boli navýšené opäť vplyvom zvýšenej diskontnej sadzby a tiež tým, že účastníci v prvých rokoch projekcie zostávajú paradoxne verní nášmu fondu. Scenár poklesu spôsobil nízky výnos v konkurencii oveľa skôr (disponuje väčším objemom akcií v portfóliu), pretože si náš fond drží zo začiatku v priemere vyššie výnosy vďaka nakúpeným dlhopisom. Účastníci majú motiváciu zostať v našom fonde, kým sú pre nich výnosy dostatočné. Neskôr samozrejme uprednostňujú odchody, čo v konečnom dôsledku zvyšuje reálnu hodnotu záväzkov (kladná zmena *FVL*). Táto zmena znamená nepriaznivý vplyv v podobe navýšenia súčasnej hodnoty budúcich výplat až o 31,64%.

Na rozdiel od ostatných rizík, ktoré budeme skúmať, je v module tržného rizika sledovaná aj zmena tržnej hodnoty aktív. V tabuľke č. 9 uvádzame hodnoty ΔMVA a ΔNAV v porovnaní so základným scenárom *BE*. Z uvedených hodnôt vidíme, že má skúmané riziko vplyv nielen na hodnotu záväzku penzijného fondu, ale aj na hodnotu jeho aktív v portfóliu. Scenár navýšenia úrokovej krivky spôsobil až 21% pokles tržnej hodnoty aktív (ceny dlhopisov reagovali na nárast úrokovej sadzby znížením ich cien) a opačným scenárom *MVA* asymetricky naopak vzrástla.

Tabuľka č. 9: Výsledky ΔMVA a ΔNAV po aplikácii scenára so zvýšenou a zníženou úrokovou sadzbou:

	<i>MVA</i>	%	<i>NAV</i>
Základný model	800 000 000	100%	92 513 862
	ΔMVA		ΔNAV
ITR up	-170 474 699	-21,31%	-104 356 298
ITR down	160 104 235	20,01%	-4 515 227

Z hľadiska ΔNAV je v našom modele katastrofickým scenárom *ITR up*, pretože vysokú stratu na hodnote aktív nedokázal znížiť pozitívny pokles budúcej hodnoty záväzkov. Z hľadiska rizika úrokovej sadzby nemá náš model ideálne nastavenie riadenie rizika (*ALM*). V tomto prípade je objem čistej hodnoty kapitálu nepostačujúci až o 11,84 mil. korún, čo znamená nesolventnosť nášho penzijného fondu. Naopak pri poklese úrokových sadzieb reaguje model lepšie. Vďaka dlhopisom si penzijný fond dokázal vynahradiť stratu spôsobenú na strane záväzkov a zmena čistej hodnoty aktív je porovnaním s *ITR up* len minimálna.

Takýto dramatický dopad na zmenu čistej hodnoty aktív sme už spomínali v úvode tejto práce [kapitola 2.2] a jej dôsledky na veľkosť ekonomického kapitálu ukážeme v poslednej kapitole.

5.2.2 Riziko úmrtnosti

Riziko mortality, zvýšenej úmrtnosti, predstavuje v poisťovni/penzijnom fonde neistotu, ktorá spočíva vo výške a načasovaní budúcich platieb spojených s úmrtnosťou jednotlivca, resp. účastníka penzijného fondu. Zvýšená úmrtnosť má v penzijných fondoch za následok zníženie príjmu členských príspevkov a rýchlejšie tempo vymierania v portfóliu. Spomínané riziko býva v poisťovni, ako aj v penzijnom fonde, zvyčajne podchytené úpravou úmrtnostných tabuliek, napríklad posunutím.⁸ Takáto úprava vychádza z niekoľkoročných skúseností a historických dát spoločnosti.

Scenár rizika mortality (*MRT up*) pozostáva z trvalého nárastu úmrtnosti, ktorý budeme v modele simulovať 15%⁹ navýšením pravdepodobnosti úmrtia v úmrtnostných tabuľkách pre všetky vekové kategórie a obe pohlavia.

⁸Podobne sa aproximujú aj úmrtnostné tabuľky ženskej populácie, t.j. posunutím sadzby mužskej populácie napr. o 5 rokov dozadu.

⁹Oproti 10% šoku, navrhnutom v predposlednej kvantitatívnej štúdii *QIS 4* [16].

Tabuľka č. 10: Vývoj penzijného fondu pri stresovom scenári *MRT up*:

Popis	BE	Δ MRT up
$PV_{annuity}$	67 208 417	−211 513
$PV_{rest\ out}$	1 569 089 097	390 911
PV_{costs}	99 297 760	−152 953
$PV_{premium}$	853 881 541	−523 024
$PV_{state\ contr.}$	174 227 595	−106 719
FV of Liabilities	707 486 138	656 187

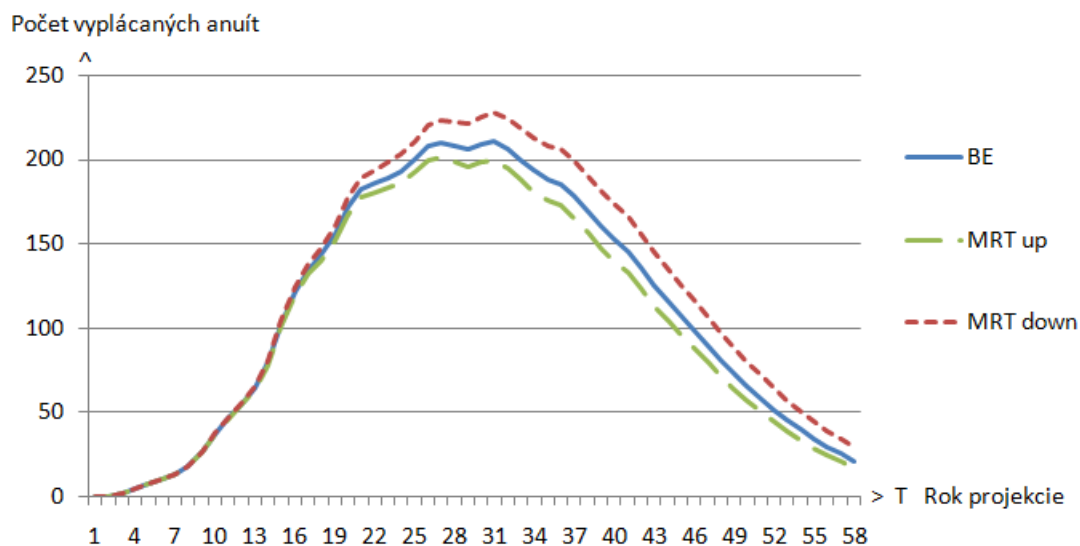
Z výsledkov projekcie portfólia penzijného fondu sledujeme úbytok príspevkov počas sporiacej fázy. Scenár zvýšenej úmrtnosti je však viac zaujímavý na strane výplat v penzijnom fonde, pretože sa mortalita prejavuje viac až pri vyššom veku (s rastúcim vekom rastie pravdepodobnosť úmrtia). V porovnaní s *BE* sa dôchodkového veku dožilo menej účastníkov a s rýchlejším tempom odchádzajúcich účastníkov klesá aj celkový rozdeliteľný zisk a vynaložené administratívne náklady. Zvýšená úmrtnosť naopak spôsobila nárast pri výplatách stornovaných zmlúv. V konečnom dôsledku je zmena hodnoty záväzku penzijného fondu kladná. Zmeny na strane výdajov prevyšujú zmeny na strane príjmov ($\Delta FVL > 0$), zaznamenávame pokles čistej hodnoty *NAV*, a pre penzijný fond to znamená nárast potrebného solventného kapitálu pre dané riziko.

Tabuľka č. 11: Počet úmrtí v portfóliu penzijného fondu a súčasná hodnota vyplatenej doživotnej anuity pri scenároch *BE* a *MRT up*.

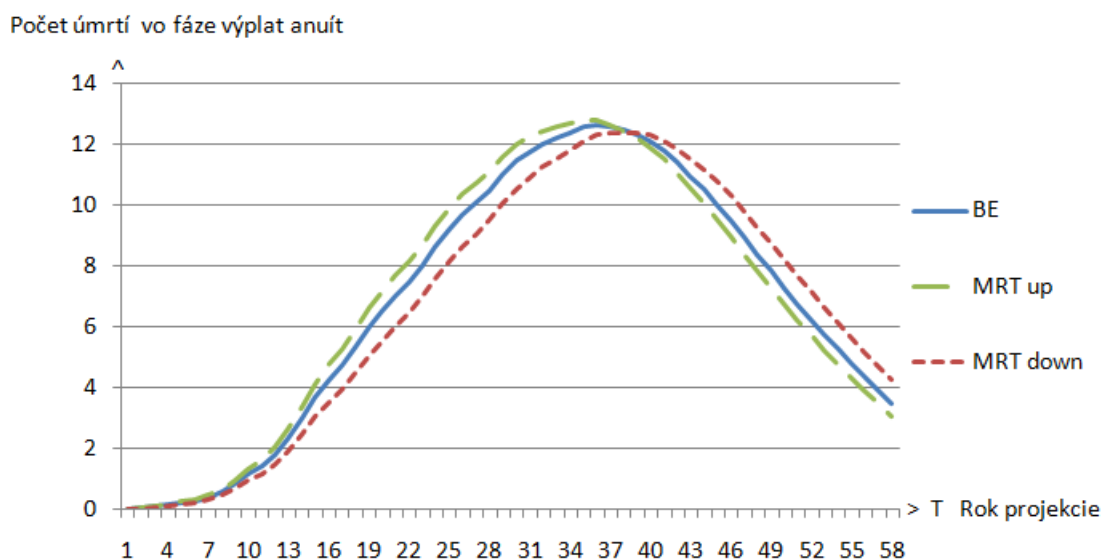
	<i>BE</i>	<i>MRT up</i>
počet úmrtí účastníkov	402	405
objem vyplatenej doživotnej anuity	67 208 417	66 996 904

Poznámka č. 7: Oproti základnej verzii modelu bez konkurenčného fondu a pravidla s dynamickým chovaním je viditeľné aj celkové zníženie objemu vyplatených anuit. V pôvodnej verzii modelu bolo vyplatených až 103,01 mil. korún, v novej verzii *BE* je súčasná hodnota vyplatenej anuity len 67,21 mil. korún, čo znamená 34,78% pokles.¹⁰

¹⁰Údaje sú primerom z 1 000 scenárov.



Obrázok 5.4: Vývoj počtu účastníkov, ktorým je vyplácaná doživotná anuita, pri základnom scenári *BE*, a stresovom scenári *MRT up* a *MRT down*.



Obrázok 5.5: Graf zobrazujúci počet úmrtí vo fáze výplat anuit v jednotlivých rokoch projekcie pri vybraných scenároch *BE*, *MRT up* a *MRT down*.

Penzijný fond je na trendy vo vývoji a volatilitu úmrtnosti populácie síce náchylnejším ako životné poisťovne,¹¹ no v porovnaní s rizikom úrokovej sadzby simuláciou zvýšenej úmrtnosti nezaznamenal významnejšie riziko ($\Delta NAV = +0,09\%$). Vplyvom scenára sa samozrejme znížil objem prijatých príspevkov účastníkov a štátu, zmenšil sa objem vyplatených anuit (zostávajúca doba života 65 ročného muža sa znížila z 15,13 na 14,12), vzrástli naopak ostatné výdaje. Celkovo sa však aplikáciou scenára *MRT up* vo vývoji penzijného fondu neprejavujú závažné problémy. Hlavným dôvodom je, že riziko úmrtnosti predstavuje pre penzijné fondy vo všeobecnosti problém len počas sporiacej fázy (znížený objem vkladov), naopak ale vo fáze výplaty už hovoríme o pozitívnom vplyve. Ak by sme chceli ukázať dramatickejší výsledok, scenár by sme mohli upraviť tak, aby vplýval len na prvú fázu sporenia, v druhej by sme naopak uvažovali o znížení pravdepodobnosti úmrtia. Riziko dlhovekosti preto skúmame v nasledujúcej podkapitole.

5.2.3 Riziko dlhovekosti

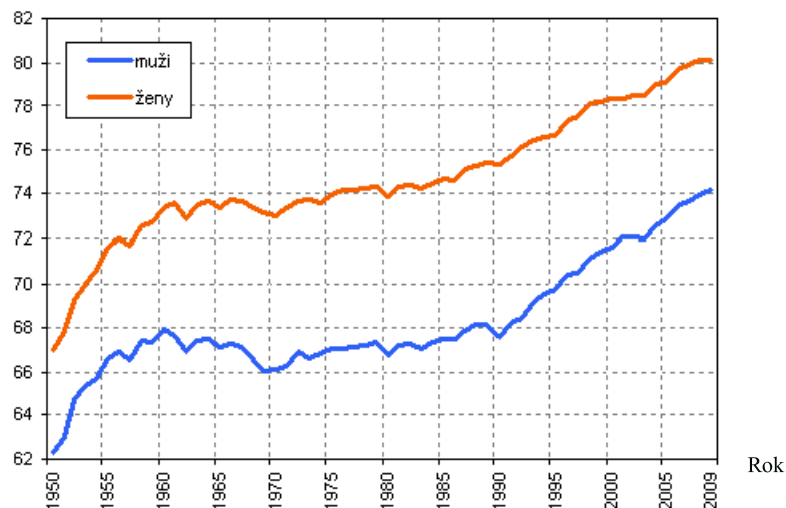
Opačným rizikom k zvýšenej úmrtnosti je predĺžená dĺžka života účastníkov penzijného fondu. Trend zníženej pravdepodobnosti úmrtia je zväčša popisovaný ako dlhovekosť a tento jav je pozorovateľný už od konca minulého storočia (Obrázok č. 5.6 a Tabuľka č. 12). Podobne ako zvýšená úmrtnosť, aj dlhovekosť ovplyvňuje vývoj poisťovne/penzijné fondy v zmysle náhodnej výšky a sérií budúcich platieb až do smrti poistníka, resp. účastníka penzijného plánu. V penzijných fondoch hrozí podobná situácia ako pri navýšení budúcich záväzkov pri riziku úmrtnosti. V tomto prípade potreba navýšenia finančných prostriedkov na výplatu nesúvisí s úbytkom príjmov v sporiacej fáze, vychádza zo zvýšeného objemu vyplácaných anuit ako dôsledok lepšej životnej úrovne a menšieho počtu úmrtí v portfóliu.

Tabuľka č. 12: Očakávaná dĺžka života l_x u mužov/žien v Českej republike u vybraných vekových kategórií za obdobie od roku 1950 – 2009 :

l_x	50	60	65
rok 1950	22, 17/25, 06	14, 96/16, 88	11, 95/13, 25
rok 2009	26, 53/31, 46	18, 59/22, 52	15, 17/18, 33

¹¹Penzijné fondy majú niekoľkonásobne väčšiu duráciu zmlúv v portfóliu ako klasické životné poisťovne ale naopak nevyplácajú špecifické plnenie v prípade úmrtia.

Nádej dožitia (v rokoch)



Obrázok 5.6: Vývoj očakávanej doby prežitia populácie mužov a žien v Českej republike od roku 1950 [15].

Scenár simulujúci riziko dlhovekosti (*MRT down*) je v novej smernici modelovaný trvalým poklesom úmrtnosti, a to 20%¹² znížením pravdepodobnosti úmrtia v každom veku a u oboch pohlaví. S rizikom úmrtnosti má dlhovekosť navzájom protichodné projekcie, predpokladáme teda i vzájomné, ale opačné zmeny na strane príjmov a výdajov. Vplyvom spomalenej celkovej doby vymierania portfólia očakávame zvýšený príjem príspevkov a objem vyplatených doživotných anuit. Celková zmena reálnej hodnoty záväzku však môže byť o niečo výraznejšia, nakoľko pracujeme s percentuálne vyššou zmenou ÚT.¹³

Z výsledkov pozorujeme, že s vyšším počtom dožívajúcich sa dôchodkového veku penzijný fond zaznamenal nárast na strane príjmov. Dôvodom je, že sú štátne príspevky a prostriedky od účastníkov v penzijnom pláne oproti *BE* vo väčšom objeme (menej úmrtí) a tiež aj dlhšie (vyššia stredná dĺžka života). Na základe týchto predpokladov môžeme predpovedať (obecne pri kladnom zhodnotení) zvýšenie pripísaného zisku z konzervatívnej stratégie penzijného fondu.

¹²Scenár bol podľa odporúčania *CEIOPS* znížený z pôvodne navrhovaného 25% šoku v štúdii *QIS 4*.

¹³20% pokles úmrtnosti oproti mortality riziku, skúmanom len 15% šokom.

Tabuľka č. 13: Vývoj modelu penzijného fondu po aplikácii stresového scenára *MRT down*:

Popis	BE	Δ MRT down
$PV_{annuity}$	67 208 417	276 956
$PV_{rest\ out}$	1 569 089 097	−593 586
PV_{costs}	99 297 760	247 494
$PV_{premium}$	853 881 541	746 776
$PV_{state\ contr.}$	174 227 595	152 373
FV of Liabilities	707 486 138	−968 286

Na základe zvoleného systému rozdelenia zisku, podľa ktorého sú výnosy pripisované najskôr účastníkom, ktorý poberajú anuitu a až potom medzi účastníkov v sporiacej fáze, objem výplat anuit vzrástol, výplata odkupného a jednorázového vyrovnaní naopak poklesla. Okrem vyplatených anuit mierne narástli aj administratívne náklady. Nasledujúca tabuľka porovnáva rizikové scenáre *MRT down* a *MRT up* z hľadiska počtu úmrtí v portfóliu fondu a súčasnej hodnoty vyplatenej doživotnej anuity.

Tabuľka č. 14: Počet úmrtí v portfóliu penzijného fondu a súčasná hodnota vyplatenej doživotnej anuity pri scenároch *BE*, *MRT up* a *MRT down*.

	<i>BE</i>	<i>MRT up</i>	<i>MRT down</i>
počet úmrtí účastníkov	402	405	397
objem vyplatenej dož. anuity	67 208 417	66 996 904	67 485 373

Poznámka č. 8: Pri porovnaní s verziou modelu bez konkurenčného fondu je opäť badateľný úbytok objemu vyplatených anuit. Oproti mortality šoku je však o niečo nižší, a to o −34,51%.

Podľa očakávania je výsledok v porovnaní s výsledkom skúmaného rizika úmrtnosti opačný, t.j. pokles reálnej hodnoty záväzku ($\Delta FVL = -0,14\%$). Táto zmena je oproti výsledku skúmaného rizika úmrtnosti dokonca vyššia, pretože bol aplikovaný asymetrický scenár (20% oproti 15% šoku).

Hlavným dôvodom zníženia *FVL* je ten, že sme v penzijnom fonde nezohľadnili možnosť zvýšenia akceptácie dôchodku (nízky pomer dôchodcov k celkovému počtu účastníkov).¹⁴ Aby sme mohli ukázať skutočné riziko

¹⁴Penzisti predstavujú pri najlepšom predpoklade *BE* len necelých 3,87% objemu celkových vyplatených prostriedkov.

plynúce zo zníženia úmrtnosti účastníkov v penzijnom pláne, musíme zmeniť pomer medzi účastníkmi poberajúcich formu doživotnej anuity a jednorázovej výplaty. Rizikový scenár sme sa preto rozhodli ďalej upravovať.

Zameriame sa preto na tých účastníkov v penzijnom fonde, ktorí v blízkej dobe splnia podmienky na výplatu penzie, to znamená vekovú hranicu 50 až 65 rokov. Pretože si chcú účastníci zabezpečiť do budúcnosti dostatočný príjem, budeme predpokladať, že s rastom očakávanej dĺžky života (Tabuľka č. 15) súčasne vzrastie i pravdepodobnosť výberu doživotnej anuity. Nový šokový scenár *MRT down 2* upravíme tak, že navýšime pravdepodobnosť odchodu do dôchodu o 50% (čo vzhľadom k počtu účastníkov poberajúcich anuitu nie je dramatický nárast) a ponecháme zníženú pravdepodobnosť úmrtia z predchádzajúceho scenára.

Tabuľka č. 15: Očakávaná priemerná dĺžka života u žien a mužov pred a po aplikácii šokového scenára navrhnutého v *Solvency II*. Na výpočet boli použité ÚT vydané ČŠÚ za rok 2009 pre vekové kategórie 50, 60 a 65 rokov:

	muži	ženy
ÚT použité v modely s <i>BE</i>	20,10	24,10
upravené ÚT po aplikácii longevity šoku	22,01	25,74

Tabuľka č. 16: Vývoj modelu penzijného fondu po aplikácii stresových scenárov *MRT down* a *MRT down 2*:

Popis	BE	Δ MRT down	Δ MRT down 2
$PV_{annuity}$	67 208 417	276 956	25 118 445
$PV_{rest\ out}$	1 569 089 097	−593 586	−1 396 218
PV_{costs}	99 297 760	247 494	1 739 104
$PV_{premium}$	853 881 541	746 776	746 776
$PV_{state\ contr.}$	174 227 595	152 373	152 373
FV of Liabilities	707 486 138	−968 286	24 562 182

Z výsledkov simulácie upraveného scenára *MRT down 2* vidíme, že úprava s len 50% navýšením odchodu do dôchodu mala už negatívny dopad na náš penzijný fond. Počet účastníkov využívajúcich doživotnú anuitu navýšil objem vyplatených anuit o takmer 37,37% (pôvodný šokový scenár navýšil

tieto výplaty o menej ako 0, 5%) a zmena reálnej hodnoty záväzku je výrazne kladná (+3, 47%). V porovnaní s čistou hodnotou aktiv *NAV* pri *BE* však stále nepredstavuje pre náš penzijný fond priveľkú záťaž. Problém nám tvoria ostatné výplaty (pokles *PV rest out*). Aplikovaný šok síce zvýšil pravdepodobnosť výberu doživotnej anuity na úkor jednorazových výplat, podstatnú časť výplat však stále predstavujú storná v portfóliu, ktorých priebeh simulovaný scenár nijako neovplyvnil.

Ďalej predpokladáme, že vďaka zlepšeným životným podmienkam účastníci znížia počet odkupov a ich pravdepodobnosť storna klesne. Posledná úprava scenára bude (pri nezmenených podmienkach v predošlom scenári - t.j. stály 20% nárast pravdepodobnosti prežitia a súčasne zvýšený počet výberov doživotných anuit) znížený počet odkupov v portfóliu o 50%. Dopad scenára *MRT down 3* popisuje tabuľka č. 17.¹⁵

Posledná úprava šokového scenára má oveľa dramatickejší priebeh ako pri predchádzajúcich simuláciách. Dôvodom sú vysoká garancia a zvýšený objem vyplatených anuit (v porovnaní s *BE* sú viac ako dvojnásobné, obrázok č.5.7), a znížený počet storien počas celej doby projekcie, ktoré životnosť portfólia predĺžili.

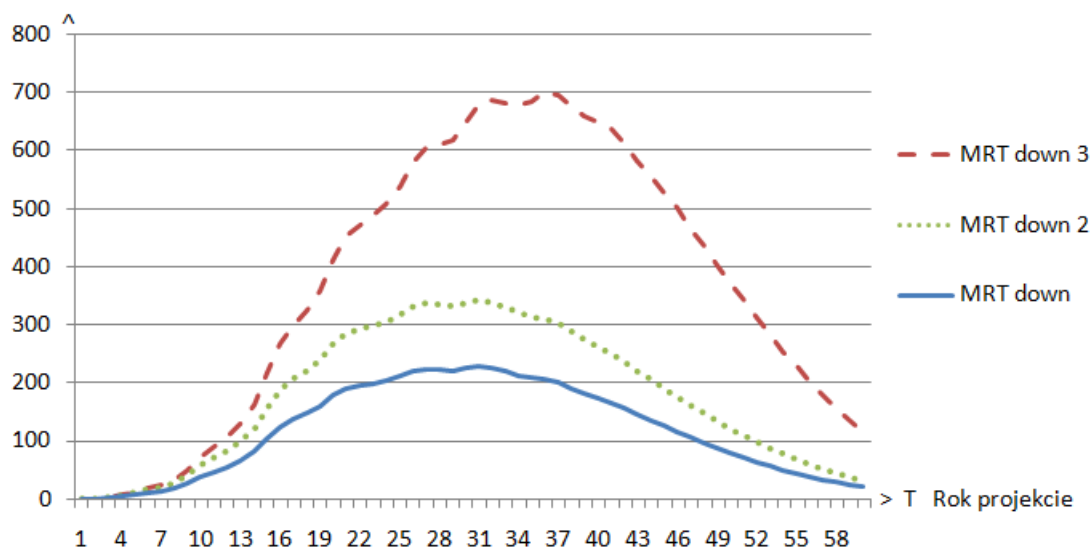
Tabuľka č. 17: Vývoj modelu penzijného fondu po aplikácii stresových scenárov *MRT*, *MRT 2* a *MRT 3*:

Popis	BE	Δ MRT	Δ MRT 2	Δ MRT 3
<i>PV_{annuity}</i>	67 208 417	276 956	25 118 445	105 224 068
<i>PV_{rest out}</i>	1 569 089 097	-593 586	-1 396 218	221 032 106
<i>PV_{costs}</i>	99 297 760	247 494	1 739 104	47 435 430
<i>PV_{premium}</i>	853 881 541	746 776	746 776	283 591 383
<i>PV_{state contr.}</i>	174 227 595	152 373	152 373	59 110 164
FV of Liabilities	707 486 138	-968 286	24 562 182	30 990 058

Výplaty jednorazových vyrovnaní sú znova väčšie, ale to len z toho dôvodu, že nižšou stornovosťou boli prostriedky účastníkov evidované v penzijnom fonde dlhšie (zvýšený objem pripísaného zisku o +68, 90%). S menším počtom

¹⁵V nasledujúcej tabuľke použijeme skrátený popis šokových scenárov podľa vzoru *MRT down x = MRT x*.

Počet vyplácaných anuit

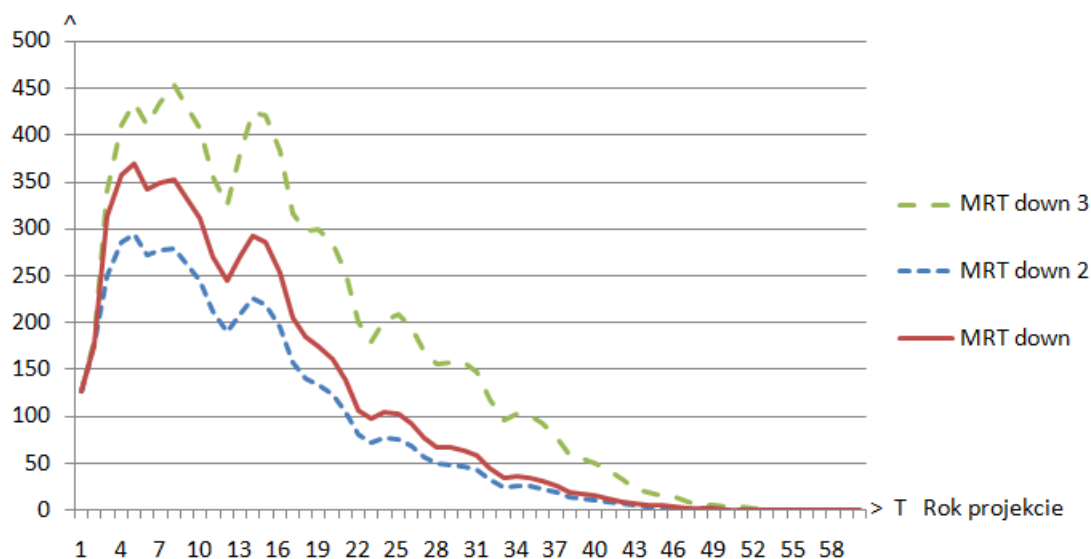


Obrázok 5.7: Graf vývoja počtu účastníkov, ktorí v danom roku pobe-
rajú doživotnú anuitu, pri základnom scenári *BE* a upravených scenároch
MRT down 2 a *MRT down 3*.

odchodov vzrástli príspevky od účastníkov a štátna dotácia, súčasne sa navýšili i náklady na vedenie objemnejšieho portfólia. Budúce záväzky penzijného fondu po tomto scenári narástli viac ako v predošlom výsledku, až o 4,38%. Takýto scenár oproti scenáru *MRT down* už pre náš penzijný fond predstavuje významné riziko. Čistú hodnotu aktív oproti *BE* znížila o viac ako tretinu (33,49%), čo je pre penzijný fond viac ako pri základných scenároch dlhovekosti aj úmrtnosti.

Na záver tejto kapitoly uvádzame dopad jednotlivých scenárov *MRT down* na počet účastníkov, využívajúcich opciu jednorázovej výplaty (Obrázok 5.8). Pri prvom scenári, so zvýšením objemu anuit na úkor jednorázových výplat, vidíme pokles počtu týchto účastníkov počas celej doby projekcie. Zaujímavosťou je obrat a posun krivky nahor po aplikácii druhého upraveného šoku, kedy sme znížili počet storien. Anuity sú oproti *BE* a šoku *MRT down* stále viac preferované, simulácia menšieho počtu storien nakoniec jednorázové výplaty navyšuje.

Poznámka č. 9: Nádej dožitia (stredná dĺžka života) vyjadruje počet rokov, ktorý v priemere ešte osoba práve x -ročná prežije za predpokladu, že sa po celú dobu jej ďalšieho života nezmení trend vymierania (vypočítaný ÚT,



Obrázok 5.8: Vývoj počtu účastníkov poberaajúcich jednorázové vyrovnanie pri stresovom scenári *MRT down*, *MRT down 2* a *MRT down 3*.

zkonštruovanou pre daný kalendárny rok). Jedná sa teda o hypotetický údaj, ktorý vraví, koľko rokov by sa človek určitého veku priemerne dožil, ak by úroveň a štruktúra úmrtnosti zostala rovnaká ako v danom roku.

5.2.4 Riziko nákladov

Ďalšie riziko penzijného fondu vyplýva z kolísania nákladov vzniknutých pri správe poisťných alebo zaistných zmlúv, teda aj v prípade dôchodkového poistenia alebo pripoistenia.

V penzijnom fonde existujú štyri druhy nákladov:

- počiatočné náklady, napr. zavedenie nového účastníka do databázy penzijného plánu, ktoré sú potrebné pri vzniku zmluvy,
- správa jednotlivých zmlúv účastníkov penzijného plánu predstavuje administratívne náklady, spracúvané na mesačnej báze,
- provízne náklady, odpisované počas prvých dvoch rokov života zmluvy, ktoré penzijný fond vypláca agentom, ktorí penzijné poistenia a pripoistenia zjednávajú.

- a nakoniec náklady spojené s vyplácaním doživotných anuit.

V *Solvency II* je riziko nákladov skúmané 10% šokom nárastu budúcich poplatkov *EXP* v porovnaní s najlepším odhadom a zároveň simuláciou 1% ročného navýšenia inflačnej zložky. Pretože v portfóliu nemodelujeme vznik nových zmlúv (stávajúce portfólio), nepredpokladáme počiatočné náklady a scenár aplikujeme len na administratívne poplatky. Tieto náklady si penzijný fond odčítava z výnosov investovaných vkladov účastníkov a preto sa ich akékoľvek navýšenie v prvom rade odzrkadlí na výške prostriedkov použitých pri výplatách jednorazových vyrovnaní a anuit.

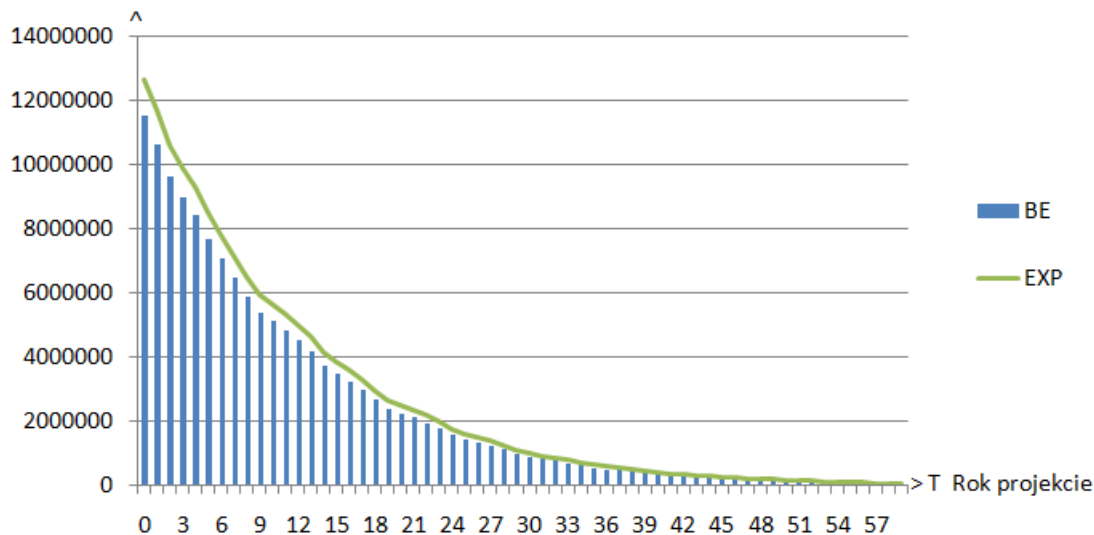
Pre jednoduchosť budeme predpokladať vplyv inflácie len na administratívne náklady, ako záväzok modelovaného penzijného fondu. Kvôli niekoľkonásobne vyššej durácii v portfóliu penzijných fondov ako v poisťovniach môže byť vplyv inflácie rovnako dôležitý ako iné riziká. No z časového hľadiska sme infláciu ako samostatné riziko do tejto práce nezaviedli.

Aplikáciou nákladového scenára bola súčasná hodnota administratívnych nákladov oproti *BE* zvýšená na 110,23% (Tabuľka č. 18). Rozdiel spôsobuje 10% nárast administratívnych poplatkov a nárast inflácie o 1% ročne z pôvodne predpokladanej 3% nákladovej inflácie.

Tabuľka č. 18: Vývoj modelu penzijného fondu po aplikácii scenára *EXP*:

Popis	BE	Δ EXP
$PV_{annuity}$	67 208 417	−761 405
$PV_{rest\ out}$	1 569 089 097	−7 496 874
PV_{costs}	99 297 760	10 158 448
$PV_{premium}$	853 881 541	0
$PV_{state\ contr.}$	174 227 595	0
FV of Liabilities	707 486 138	1 900 169

Všimnime si, že objem príspevkov do penzijného fondu nebol zvoleným šokovým scenárom nijako ovplyvnený. Znížil sa však objem vyplatených dávok. Reálna hodnota záväzku stúpila o 0,27%, čo predstavuje len mierny negatívny dopad na náš penzijný fond. Samotné inflačné navýšenie pritom nespôsobilo významnú zmenu záväzku penzijného fondu. Namiesto 1% šoku môžeme uskutočniť nárast o 1% bod, nemyslíme si ale, že dopad na *FVL* by bol pri súčasnom nastavení modelu významne odlišný.



Obrázok 5.9: Vývoj administratívnych nákladov stávajúceho portfólia od počiatku jeho projekcie pri základnom scenári *BE* a šokovom scenári *Exp*.

Vo všeobecnosti tak riziko nákladov nepredstavuje pre penzijný fondy veľký problém. Dôvodom je, že najväčší podiel nákladov nesú poisťníci, resp. účastníci penzijného plánu (konkrétne 85% administratívnych poplatkov podľa spôsobu delby zisku). Riziko nákladov tak ovplyvní penzijný fond len v malom rozsahu. Akékoľvek navýšenie nákladov alebo inflácie sa prejaví aj v konkurenčných fondoch a preto nie je dôvod predpokladať zvýšené odchody stávajúcich účastníkov. Otázkou naďalej zostáva, či by nebolo vhodné skúmať inflačné riziko ako samostatný celok, ako sa tomu venujú napríklad štúdiá *Battocchio* [17].

5.2.5 Riziko storna

Riziko storna, označované ako *lapse risk*, vychádza z neočakávaných zmien vývoja počtu platných zmlúv v portfóliu spoločnosti. Rovnako ako v poisťovni dochádza i v penzijných fondoch k rušeniu platných zmlúv, ktorých množstvo sa od použitých najlepších predpokladov môže líšiť. Narozdiel od poisťovní je riziko storien v penzijných fondoch odlišné. Každému účastníkovi totiž zákon umožňuje (po uplynutí minimálnej doby strávenej v penzijnom pláne) prejsť s plnou výškou nasporených prostriedkov a štátnych príspevkov, vrátane časti pripísaného podielu na zisku ku konkurenčnému fondu.

Okrem klasického storna poistných zmlúv, môžu poisťovne v súvislosti s rizikom storna uvažovať aj o možnosti čiastočného výberu¹⁶ alebo o tzv. redukcii poistnej čiastky.¹⁷ Z pohľadu penzijného fondu je prakticky jedno, z akých dôvodov účastník opúšťa penzijný plán, pretože tým penzijný fond automaticky stráca rovnakú časť portfólia.

Výpočet kapitálovej požiadavky sme v submodule rizika storien založili na nasledujúcich troch šokových scenároch:

- trvalý nárast sadzieb pravdepodobnosti storna o 50%, (*LAPS up*);
- trvalý pokles sadzieb pravdepodobnosti storna o 50%, (*LAPS down*) a
- hromadný šokový scenár 30% navýšenia zániku zmlúv v prvom roku projekcie, (*LAPS mass*).

Aplikácia týchto scenárov prebieha podobne ako pri riziku poklesu a nárastu pravdepodobnosti úmrtia. Využitie úmrtnostných tabuliek je na tomto mieste nahradené schémou pravdepodobnosti storna, ktorá závisí od veku účastníka a dĺžky trvania jeho poistenia (viď kapitola [5.1.1]). Vychádza z vlastných skúseností a historicky nazbieraných dát spoločnosti.

Tabuľka č. 19: Porovnanie vývoja portfólia v modele nastaveného podľa najlepších predpokladov BE spolu so scenármi nárastu a poklesu pravdepodobnosti storna:

zánik portfólia v rokoch	fáza sporenia	fáza vyplácania anuity
<i>BE</i>	51	59
<i>LAPS up</i>	48	50
<i>LAPS down</i>	54	68
<i>LAPS mass</i>	50	58

Za zánik portfólia v sporiacej alebo výplatnej fáze považujeme stav, kedy

¹⁶Napr. pri investičnom životnom poistení sa čiastočný výber (z angl. *partial surrender*) zvyčajne rovná hodnote nakúpených jednotiek zníženej o storno poplatok.

¹⁷Redukcia poistnej čiastky (*paid-up*) nastáva v prípade neplatenia poistného, kedy sa redukuje poistná čiastka alebo poistná doba tak, aby poistná zmluva zostala v platnosti. Predstavuje jednorázovú formu poistenia, kde sa jednorázové poistné rovná výške vytvorenej technickej rezervy.

počet účastníkov v modele penzijného fondu klesne pod jednotku. Z predchádzajúcej tabuľky je vidieť, že pri scenári *LAPS down* účastníci využívajú možnosť odkupu v menšej miere, celková životnosť portfólia narastla. Sú verní penzijnému fondu, ich príspevky zostávajú vo fonde dlhší čas a s väčšími prostriedkami penzijný fond eviduje aj lepší hospodársky výsledok. Opačná situácia má na penzijné fondy negatívny dopad (viď Tabuľka č. 20). Scenár masového odchodu životnosť portfólia znižuje iba minimálne.

Tabuľka č. 20: Vývoj modelu penzijného fondu po aplikácii stresových scenárov *LAPS up*, *LAPS down* a *LAPS mass*.¹⁸

Popis	BE	$\Delta LAPS^{up}$	$\Delta LAPS^{down}$	$\Delta LAPS^{mass}$
$PV_{annuity}$	67 209	−34 292	55 827	−13 701
$PV_{rest\ out}$	1 569 089	−216 779	249 306	−315 225
PV_{costs}	99 298	−38 273	43 913	−41 455
$PV_{premium}$	853 882	−218 048	283 446	−336 965
$PV_{state\ contr.}$	174 228	−45 133	59 079	−69 030
FVL	707 486	−26 183	6 521	35 613

Simuláciou nárastu storien sú zmeny finančných tokov, ktoré súvisia s výpočtom reálnej hodnoty záväzku, záporné. Z predchádzajúcej tabuľky sme vyčítali rýchlejší úbytok platných zmlúv v portfóliu. Pri *BE* klesne počet aktívne sporiacich účastníkov na polovicu začiatkom 8. roku projekcie. Zvýšená pravdepodobnosť storna spoločne s aplikovaním dynamického chovania účastníkov tento proces urýchlilo a polovica aktívnych účastníkov je dosiahnutá už 5. rokom projekcie. To má samozrejme negatívny dopad na hospodársky výsledok penzijného fondu. Menší počet účastníkov stimuluje znížený objem príspevkov, čím klesne rozdeliteľný zisk a s ním súvisia aj menšie výplaty jednorázových vyrovnaní, odkupov a anuit. Keďže sa portfólio v penzijnom fonde vyvíjalo príliš pomaly, bol účastníkom pripísaný menší podiel zo zisku ale príjmy stále prevyšovali výdaje. Na pokrytie svojich záväzkov má náš fond stále dostatok finančných prostriedkov.

Druhá aplikácia rovnakého, no opačného scenára, scenár *LAPS down*, taktiež vplýva na objem prostriedkov získaných od účastníkov. Ten pre nižší počet storien v sporiacej fáze vzrástol. Rovnakú asymetriu pozorujeme tiež pri výplate anuit a ostatných druhov výplat v penzijnom fonde. Zmena *FVL*

¹⁸Hodnoty zmien sledovaných veličín sú pre nedostatok miesta uvedené v tisícoch.

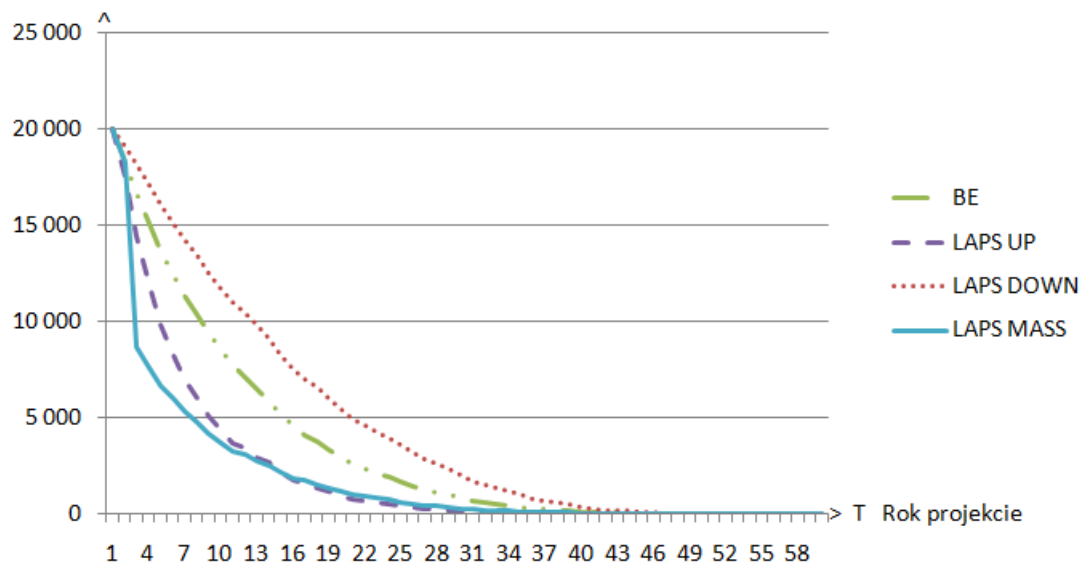
je väčšia ako pri opačnom šoku. Túto zmenu vysvetľujeme tým, že nám síce šokový scenár znížil pravdepodobnosť storien a účastníkov je v každom roku projekcie viac ako pri šoku *LAPS up*, ale na zvýšený počet zostávajúcich účastníkov stále pôsobia iné vplyvy ako je možnosť výberu jednorázového vyrovnania a anuity. Ich pravdepodobnosť síce nevzrástla, no je aplikovaná na väčší objem portfólia (viac účastníkov splní podmienky na výplatu anuity), čo sa samozrejme premieta na zvýšení ich objemu.

Posledný scenár patriaci v rámci *Solvency II* do modulu rizika storien simuluje navýšený odchod účastníkov o 30% v prvom roku simulácie. Tento efekt má, čo sa týka súčasnej hodnoty sledovaných veličín, podobný vývoj ako v prípade šoku 50% navýšenia pravdepodobnosti storna. Účastníci znova odchádzajú častejšie a polovica aktívnych účastníkov je v modele dosiahnutá už na konci 3. roku projekcie. Objem príspevkov klesol o 39,49% a záporné sú tiež zmeny na strane anuit ($-20,39\%$) a ostatných výplat ($-20,09\%$). To spôsobuje negatívne zmeny sledovaných veličín a reálna hodnota záväzku v našom penzijnom fonde nakoniec stúpa o $+5,03\%$ z pôvodnej hodnoty *FVL*.

V prvom scenári bol proces zvýšeného storna účastníkov aplikovaný na jednotlivé roky postupne. Penzijný fond oproti *BE* síce vymieral rýchlejšie, no stále bol schopný vyplácať svoje záväzky, t.j. príjmy boli stále vyššie ako výdaje. Pri masovom odchode je hneď v prvom roku zaznamenaný 38% odchod z portfólia a čistá hodnota aktív klesá o 38,49%. V rámci životného upisovacieho modulu je preto dopad scenára masového odchodu na penzijný fond najvýznamnejší. Pre porovnanie použitých scenárov sme pridali aj graf popisujúcich vývoj počtu aktívnych účastníkov (Obrázok 5.10) a vývoj fondu účastníka (Obrázok 5.11).

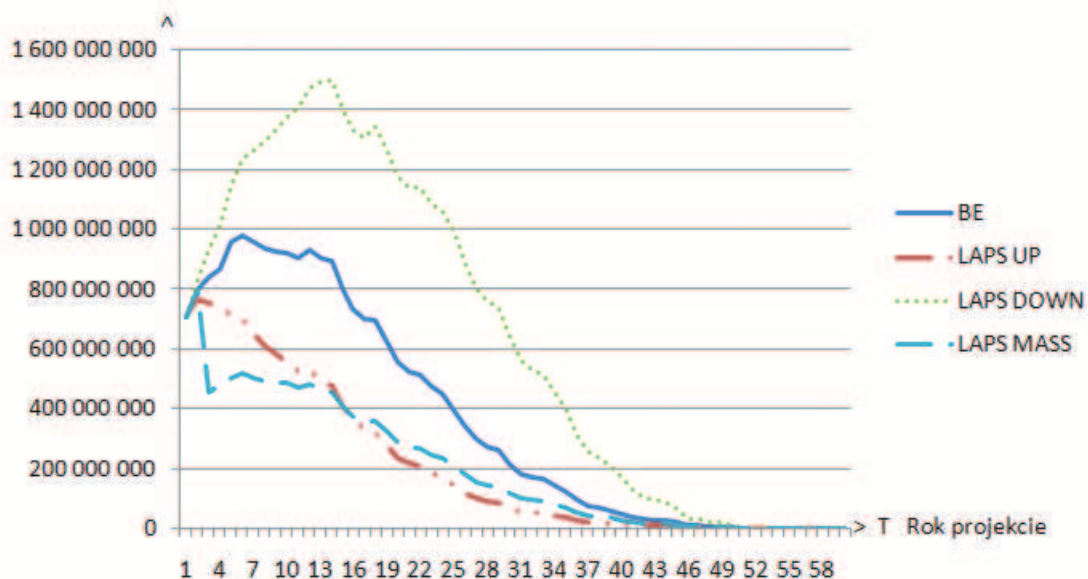
Posledný scenár môžeme samozrejme ďalej upravovať a negatívny dopad na záväzok penzijného fondu zvyšovať. Posledná tabuľka č. 21 popisuje vývoj penzijného fondu, kde sme scenár *LAPS mass* upravili tak, aby boli účastníci motivovaní k vysokým prestupom v každom roku (30% navýšenie storien v každom projekčnom roku) a pridali sme zvýšený objem jednorázových vyrovaní (*LAPS mass 2*). Rozdiel v zmene *FVL* je pri tomto scenári znova o niečo vyšší (nasledujúca tabuľka a obrázok 5.12).

Počet aktívnych účastníkov

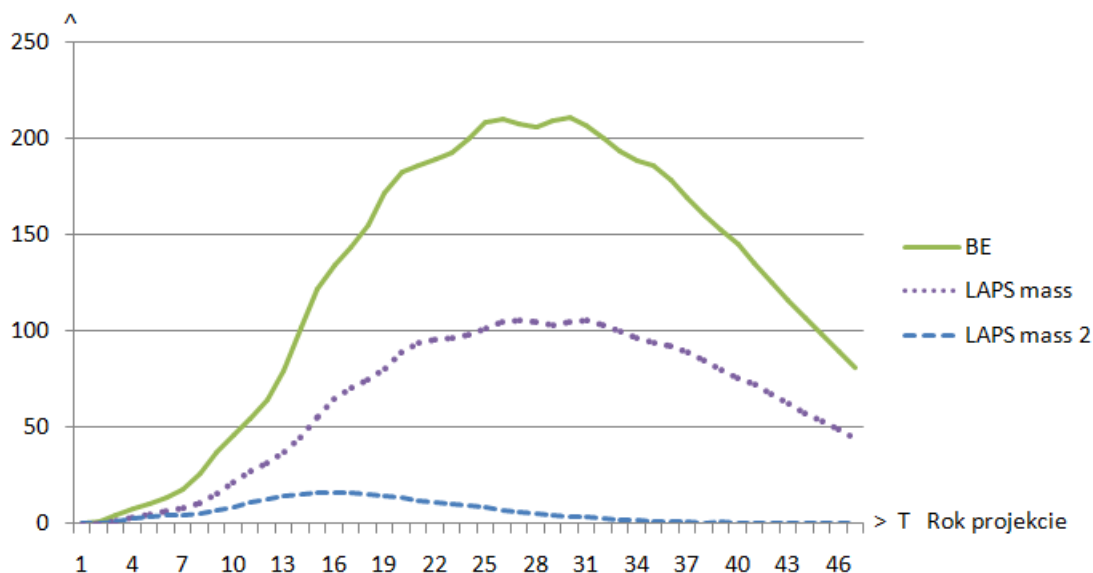


Obrázok 5.10: Rýchlosť vymierania v portfóliu modelovaného penzijného fondu pri scenároch z rizikového submodulu *lapse risk*.

Objem prostriedkov na fonde klienta a štátnej dotácie



Obrázok 5.11: Vývoj prostriedkov na fonde účastníkov penzijného plánu (t.j. príspevky od účastníkov spolu so štátnou dotáciou) pri skúmaní rizikového submodulu *lapse risk*.



Obrázok 5.12: Graf zobrazujúci objem a dĺžku vyplatených anuit pri jednotlivých rizikových scenároch.

Tabuľka č. 21: Porovnanie pôvodného scenára *LAPS mass* s výsledkami rovnakého šoku, upraveného o 20% navýšenie pravdepodobnosti jednorázovej výplaty na úkor anuit:

Popis	BE	Δ LAPS mass	Δ LAPS mass 2
$PV_{annuity}$	67 208 417	−13 701 094	−40 366 475
$PV_{rest out}$	1 569 089 097	−315 225 067	−589 958 712
PV_{costs}	99 297 760	−41 455 360	−77 310 456
$PV_{premium}$	853 881 541	−336 964 761	−622 236 644
$PV_{state contr.}$	174 227 595	−69 029 633	−127 692 421
FV of Liabilities	707 486 138	35 612 872	42 293 421

Skúmané riziko storien uzavrieme tým, že po riziku úrokovej sadzby a dlhovekosti ide o ďalšie významné riziko, ktoré negatívne ovplyvňuje vývoj penzijného fondu, jeho solventnosť a schopnosť prežitia. Podľa štandardnej formuly je *SCR* rovné maximálnej zmene čistej hodnoty aktív, ΔNAV , ktorá je v našom prípade najvyššia pri scenári masového odchodu. Naš penzijný fond tu zostáva solventným, 92,51 mil. hodnotu *NAV* ale znižuje o takmer jednu tretinu. Ďalšími úpravami sa tento rozdiel zväčšuje, nemá ale zmysel v úpravách pokračovať ak neuvažujeme i nových účastníkov.

5.3 Výpočet SCR

V predchádzajúcich kapitolách sme sa venovali jednotlivým rizikám konzervatívneho penzijného fondu. Ich simuláciu sme potom navrhli v niekoľkých stresových scenároch. Pomocou úpravy modelu fiktívneho penzijného fondu sa nám podarilo získať niekoľko dôležitých informácií, ktoré v tejto záverečnej časti práce aplikujeme na výpočet solventnej kapitálovej požiadavky, *SCR*.

Vieme, že k výpočtu *SCR* potrebujeme ako vstupný parameter čistú hodnotu aktív, ΔNAV . Pri základnom scenári *BE*, odvodením zo vzorca 4.2, dostávame hodnotu *NAV* rovnú 92,51 mil. korún.¹⁹

Tabuľka č. 22: Zmeny hodnôt ΔNAV , ktoré sme získali aplikáciou pôvodných (neupravených) rizikových scenárov z tabuľky č. 1.²⁰

Aplikovaný rizikový scenár	ΔNAV
+55% ITR	104 356 298
−45% ITR	4 515 227
+10% ÚT	656 187
−25% ÚT	0
+10% EXP +1% INF	1 900 169
−50% LAPS	6 521 160
+50% LAPS	0
+30% MASS	35 612 872

Najväčšie riziko predstavuje pre náš penzijný fond tržné riziko, skúmané šokovým scenárom *ITR up*. Na rozdiel od výsledkov iných scenárov, je tu zmena *NAV* niekoľkonásobne vyššia. Pre náš fond to znamená, že pri náraste úrokových sadzieb je zmena čistej hodnoty aktív viac ako dvojnásobná ako pri súčte celkovej zmeny ΔFVL v module životného upisovacieho rizika (ak neuvažujeme o vzájomnej diverzifikácii rizík). Nedostatok finančných prostriedkov v celkovej výške 11,84 mil. poukazuje na nesolventnosť nášho fiktívneho fondu. Rozumné je preto, podobne ako pri scenári *ITR down*, využiť hedging napríklad pomocou finančných derivátov, ktorými by náš fond lepšie reagoval na pokles cien aktív a tým rizikový kapitál zížil.

¹⁹ $NAV = MVA - FVL = 800 \text{ mil.} - 707,49 \text{ mil.}$

²⁰Dopad na zmenu veľkosti *SCR*, vypočítaného pomocou upravených rizikových scenárov (modul rizika dlhovekosti a storien) uvedieme v závere tejto kapitoly.

Druhým najvýznamnejším rizikom je pre náš penzijný fond riziko stor-na, simulované vysokou, 30% stratou aktívnych účastníkov v prvom roku projekcie penzijného plánu. Ďalej je to nákladové riziko a najmenší efekt v zmysle navýšenia reálnej hodnoty záväzku má pre penzijný fond riziko spojené s úmrtnosťou populácie. V prípade, že neuvažujeme o zmene v chovaní účastníkov, mechanicky použitý pôvodný scenár rizika dlhovekosti (*MRT down*) má nulový efekt ($\Delta FVL < 0$).

Tabuľka č. 23: Získané údaje teraz použijeme na výpočet dielčích SCR_i podľa vzorca 4.4, $SCR_i = \max_i\{\Delta NAV | \text{šok}_i ; 0\}$:

Skúmané riziko	SCR_i
tržné riziko	104 356 298
riziko úmrtnosti	82 882 197
riziko dlhovekosti	0
riziko nákladov	1 900 169
riziko storien	35 612 872

V našom modeli je celkový rizikový kapitál pre rizikový modul tržného rizika rovný priamo SCR úrokovej sadzbe:

$$SCR_{mkt} = SCR_{itr} = \Delta NAV = 104\,356\,298.$$

Na výpočet kapitálových požiadaviek pre životné upisovacie riziko, SCR_{life} , použijeme kombináciu jednotlivých SCR_i z predchádzajúcej tabuľky a korelačnej matice (viď nižšie):

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{r*c} Corr SCR_{r,c} * SCR_r * SCR_c} = 91\,037\,143.$$

Tabuľka č. 24: Korelačná matica pre rizikový modul životného upisovacieho rizika [11]:

Corr Life	SCR_{mort}	SCR_{long}	SCR_{laps}	SCR_{exp}
SCR_{mort}	1	-0,25	0	0,25
SCR_{long}		1	0,25	0,25
SCR_{laps}			1	0,5
SCR_{exp}				1

V tejto chvíli už máme všetky informácie, potrebné k výpočtu základnej kapitálovej požiadavky, $BSCR$:

$$BSCR = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR_{r,c} * SCR_r * SCR_c} = 154\,687\,259.$$

K výpočtu celkovej kapitálovej požiadavky SCR ešte potrebujeme poznať veľkosť SCR_{op} , t.j. finančné prostriedky, ktorými sa penzijný fond bráni pred operačným rizikom. Podľa štandardnej formuly sa SCR_{op} rovná minimálnej hodnote $0,3 * BSCR$ a OP_{pen} , kde OP_{pen} predstavuje 3% súčasnej hodnoty príspevkov účastníkov penzijného plánu (t.j. príspevkov účastníkov a štátnej dotácie):

$$\begin{aligned} SCR_{op} &= \min\{0,3 * BSCR; OP_{pen}\} = \\ &= \min\{46\,406\,178; 395\,288\,614\} = 46\,406\,178. \end{aligned}$$

Súčtom základnej kapitálovej požiadavky a kapitálu pre operačné riziko získavame nakoniec hodnotu SCR , teda solventný kapitál, vďaka ktorému bude náš modelovaný penzijný fond schopný čeliť budúcim rizikám na 99,5% hladine spoľahlivosti na jednoročnom časovom horizonte:

$$SCR = BSCR + SCR_{op} = 201\,093\,436.$$

Výsledná hodnota znamená, že ak by náš penzijný fond pred začiatkom projekcie disponoval kapitálom o veľkosti 201,09 mil. korún, podľa *Solvency II* by bol solventným. Jeho čistá hodnota aktív je však nepostačujúca, a svoje prostriedky musí navýšiť o 108,58 mil. korún (t.j. 13,57% počiatočnej hodnoty aktív). Graficky je výpočet SCR znázornený na obrázku č. 5.13.

Ak by sme do výpočtu ekonomického kapitálu zahrnuli výsledky rizikových scenárov *MRT down 3* a *LAPS mass 2*, SCR by bol navýšený o 3,65 mil. korún viac, ako v predchádzajúcom prípade:

$$EC^* = 204\,747\,125 (+1,82\%).$$

V porovnaní s počiatočnou hodnotou aktív (800 mil.) nejde už o veľký posun, je však stále významný. Modelovaný penzijný fond by tým musel navyšovať svoje aktíva celkovo o 112,23 mil. korún (14,03%). Pre akcionárov by to znamenalo dodatočné investície a pravdepodobne by slabšie penzijné fondy neboli schopné tento deficit doplniť. Iné riešenie by bolo prehodnotiť už tak



Obrázok 5.13: Graf zobrazujúci efekt skúmaných rizikových modulov na solventnú kapitálovú požiadavku penzijného fondu, *SCR*.

konzervatívne riešenú alokáciu aktív alebo znížiť niektoré riziká hlbšou diverzifikáciou. Tieto opatrenia by možno spôsobili odchod slabých penzijných fondov, ale na druhej strane by boli účastníci lepšie chránení pred možným úpadkom a nesolventnosťou penzijných fondov.

V našej práci sme nedefinovali všetky rizikové moduly, ktoré *Solvency II* uvádza v štandardnej formule, a neuvažovali sme o iných technikách, ktorými si penzijný fond dokáže svoje záväzky znížiť. Pracovali sme len s fiktívnym modelom penzijného fondu a preto možno považovať tento výsledok ako orientačný údaj. Na druhú stranu nám ale vypočítaný ekonomický kapitál ukázal, že obavy, vyslovené v úvodnej kapitole, boli oprávnené. Penzijné fondy by podľa aktuálnej *Solvency II* museli navyšovať veľkosť svojho kapitálu a pritom by nik nebral ohľad na to, že sa ich riziká od klasických rizík poisťovní v mnohých ohľadoch líšia. Na základe poznatkov, ktoré sme touto prácou získali, môžeme povedať, že si penzijné fondy zaslúžia osobitnú reguláciu, pričom nová smernica môže slúžiť ako základný zdroj inšpirácie.

Kapitola 6

Záver

V tejto práci sme sa venovali problematike rozšírenia *Solvency II* na penzijné fondy. Implementáciu novej smernice sme ukázali na príklade modelu fiktívneho a konzervatívneho penzijného fondu. Model sme pre naše potreby upravili pomocou pravidiel dynamického chovania účastníkov, v závislosti na výnosnosti penzijného fondu a jeho konkurencie. Na simuláciu rizikových modulov tržného a životného upisovacieho rizika sme využili stresové scenáre, vybrané z ponuky štandardnej formuly *Solvency II*. Snažili sme sa o opatrný prístup k rizikám penzijných fondov, mnohé scenáre sme z toho dôvodu pozmenili.

Počas simulácií sme sa zamerali na zmeny reálnej hodnoty záväzku a zmeny čistej hodnoty aktív v portfóliu, t.j. veličiny potrebné k výpočtu ekonomického kapitálu. V závere práce sa venujeme výpočtu základnej kapitálovej požiadavky *SCR*. Výsledok v podobe ekonomického kapitálu nám však poukázal na nesolventnosť modelovaného penzijného fondu. Naš penzijný fond potreboval navýšiť svoj kapitál o viac ako 14%, čím potvrdil obavy spomenuté v úvode práce.

Na základe získaných informácií, môžeme tvrdiť, že ekonomický kapitál je vhodný prostriedok, ktorý môžu rovnako ako poisťovne používať tiež penzijné fondy. Dokáže oceniť rizikový profil spoločnosti a definovať minimálnu výšku potrebného kapitálu, ktorá poskytne vhodnú ochranu pred možným budúcim úpadkom. Aplikácia *Solvency II* by však mala bez ďalších úprav a štúdií dramatický dopad na penzijné fondy.

V záujme ochrany účastníkov je rozumné uvažovať o podobnej regulácii ako na poistnom trhu. Penzijné fondy však vyžadujú ďalšie dôkladnejšie štúdie, ktoré ocenia všetky ich riziká a zároveň techniky, ktorými sa pred týmito rizikami bránia. *Solvency II* preto považujeme za vhodný prostriedok ako začať v príprave tejto regulácie.

Kapitola 7

Appendix

7.1 Príloha A: Rizikové scenáre

V nasledujúcej tabuľke uvádzame zoznam všetkých rizikových scenárov, ktoré sme v našej práci aplikovali na vývoj modelu penzijného fondu. Výsledky týchto simulácií nájdeme v rovnakom poradí v podkapitole č. 5.2 [*Rizikové submoduly pre vybrané riziká*].

Tabuľka č. 25: Popis použitých stresových scenárov:

Popis šoku	Použitý scenár
- tržné riziko:	
- 55% nárast úrokovej sadzby	ITR up
- 45% pokles úrokovej sadzby	ITR down
- životné upisovacie riziko:	
- 10% nárast ÚT	MRT up
- 25% pokles ÚT	MRT down
- MRT down + o 50% viac anuit	MRT down 2
- MRT down 2 + o 50% menej storien	MRT down 3
- 10% nárast nákladov + 1% navýšenie nákl. inflácie	EXP
- 50% nárast storna	LAPS up
- 50% pokles storna	LAPS down
- o 30% storien viac v 1. roku projekcie	LAPS mass
- o 30% storien viac v každom roku projekcie	LAPS mass 2

7.2 Príloha B: Všeobecný dvojfaktorový model okamžitej úrokovej intenzity

V kapitole č. 5.1 spomíname výpočet ceny dlhopisov pomocou všeobecného dvojfaktorového modelu. Ten využíva korelované procesy $x(t)$ a $y(t)$ k popisu chovania výnosovej krivky. Navyše ide o dva Uhlenbeck-Ornsteinove procesy, t.j. procesy, ktoré sa vyznačujú schopnosťou navrátenia sa k pôvodnej hodnote. Táto vlastnosť nám zaručí vyhnúť sa nepríjemnostiam v podobe zápornej úrokovej sadzby pri skúmaní výnosovej krivky počas 60 ročnej simulácie v našom modeli.

Okamžitá úroková krivka $r(t)$ je daná výpočtom:

$$r(t) = x(t) + y(t) + \phi(t)$$

kde je $\phi(t)$ funkcia, ktorá zabezpečuje kalibráciu modelu vzhľadom k výnosovej krivke v čase 0. Stochastické procesy $x(t)$ a $y(t)$ majú na počiatku nulovú hodnotu a pre ich stochastické diferenciály platí:

$$dx(t) = -a_1 x(t)dt + \sigma_1 dW_1(t),$$

$$dy(t) = -a_2 y(t)dt + \sigma_2 dW_2(t),$$

kde a_1, a_2, σ_1 a σ_2 sú kladné konštanty a procesy $W_1(t)$ a $W_2(t)$ predstavujú Wienerové procesy pri rizikovo neutrálnej pravdepodobnostnej miere Q s koreláciou podľa vzťahu:

$$W_1(t)W_2(t) = \rho dt, \quad \text{kde } \rho \in [-1, 1].$$

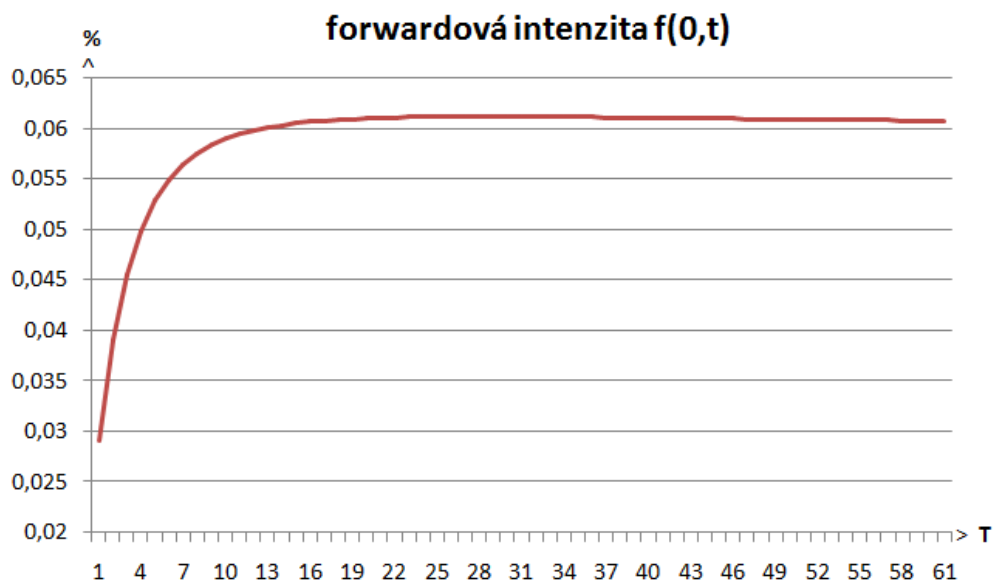
Z modelu daného vzťahom $r(t) = x(t) + y(t) + \phi(t)$ je následne odvodená cena dlhopisov $P(t, T)$. Podrobný vzorec výpočtu spolu s dôkazom je uvedený v *Brigo D., Mercurio F.* [13].

Vývoj ceny akcií $S(t)$ je daný opäť stochastickou diferenciálnou rovnicou:

$$dS(t) = S(t) (r(t) dt + \omega dZ(t)),$$

kde $Z(t)$ je Wienerov proces pri rizikovo neutrálnej pravdepodobnostnej miere Q a ω predstavuje volatilitu nadvýnosu oproti bankovému účtu. Pretože sú výnosy z akcií závislé na vývoji použitej úrokovej miery, korelácia je daná vzťahom:

$$dZ(t) dW_i(t) = \rho_i dt.$$



Obrázok 7.1: Vstupná forwardová intenzita úrokovej miery, r-úroková intenzia, T - rok projekcie.

Tabuľka č. 26: Parametre použité k výpočtu okamžitej úrokovej intenzity $r(t)$:

Parameter	Hodnota
a_1	0,03
a_2	0,2
σ_1	0,004
σ_2	0,008
ρ	0,3

7.3 Príloha C: Poznámky k modelu

Je dôležité uviesť, že v modely neuvažujeme o časovom rozlíšení počiatočných nákladoch. Na začiatku je ale malá časť aktív (viď kapitola 5.1) umiestnená v neaktívnych, či stornovaných zmluvách, ktoré v modele rozpúšťame v prvých troch rokoch projekcie.

Rezervný fond, ktorý slúži v modely ako záchranná sieť, je každoročne navyšovaný podľa zvolenej schémy rozdelenia zisku o 5%. Na konci projekcie sa nerozpúšťa, znižuje sa len v priebehu projekcie v prípade, že náš penzijný fond trpí nedostatkom finančných zdrojov.

Aktívnu časť penzijného fondu, navrhnutom v *Koudelka* [11], tvoria prevažne dlhopisy, ktoré sme ponechali v pôvodnom objeme a štruktúre, ako v spomínanej práci. V nasledujúcej časti ukážme podrobnejší popis zloženia aktív a pasív.

Tabuľka č. 27: Zloženie aktív v portfóliu nášho penzijného fondu:

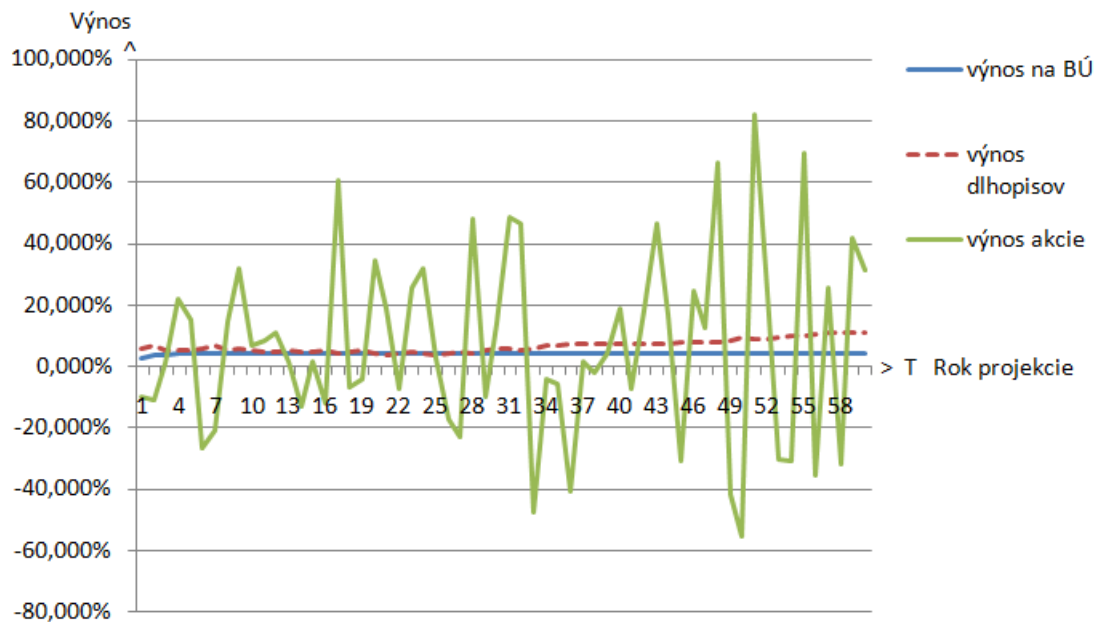
Zloženie aktív v portfóliu	Objem	Podiel
- Terminované vklady	40 000 000	5%
- Akcie	80 000 000	10%
- Dlhopisy	680 000 000	85%
- Podielové listy	0	0%

Tabuľka č. 28: Zloženie aktív v portfóliu konkurenčného penzijného fondu:

Zloženie aktív v portfóliu	Objem	Podiel
- Terminované vklady	40 000 000	5%
- Akcie	240 000 000	30%
- Dlhopisy	520 000 000	65%
- Podielové listy	0	0%

Tabuľka č. 29: Zloženie dlhopisov v portfóliu na počiatku projekcie:

Cena	Kupón	Výplata	Vydanie	Maturita	Kusov
55 000 000	8,00%	23.3.2010	23.3.2005	23.3.2015	800
46 000 000	7,00%	17.4.2010	17.4.2006	17.4.2021	500
120 000 000	5,00%	17.12.2010	17.12.2008	17.12.2013	4 000
72 000 000	6,00%	14.4.2010	14.4.2006	14.4.2016	8 000
5 500 000	7,00%	26.1.2010	26.1.2007	26.1.2022	500
38 000 000	6,50%	5.10.2010	5.10.2007	5.10.2017	3 000
123 000 000	3,00%	17.3.2010	17.3.2009	17.3.2014	6 000
28 000 000	3,50%	16.6.2010	16.6.2009	16.6.2019	1 000
43 000 000	6,50%	26.5.2010	26.5.2006	26.5.2012	1 000
15 000 000	5,00%	10.6.2010	10.6.2008	10.6.2013	100
62 000 000	4,50%	14.7.2010	14.7.2010	14.7.2020	500
72 000 000	2,50%	10.9.2010	10.9.2010	10.9.2017	200



Obrázok 7.2: Príklad výnosu na aktívách v modele penzijného fondu.

Tabuľka č. 31: Rozdelenie pravdepodobnosti storna:

Vek zmluvy	0	1	2	3	4	5
Pst storna zmluvy	5,00%	7,00%	9,00%	11,00%	12,00%	12,00%
Vek zmluvy	6	7	8	9	10	...
Pst storna zmluvy	10,00%	9,00%	8,00%	7,00%	6,50%	6,50%

V prvých rokoch až do 5. roku pravdepodobnosť storna rastie, neskôr klesá a zostáva rovná 6,50% až do splnenia podmienok na výplatu anuity.

Tabuľka č. 32: Rozdelenie pravdepodobnosti výberu jednorázovej výplaty:

Vek zmluvy	0	1	2	...	9	10
Pst storna zmluvy	50,00%	20,00%	10,00%	...	10,00%	100,00%

Na výber jednorázovej výplaty, resp. doživotnej anuity má účastník šas 10 rokov, od vzniku nároku. Výber anuity je na počiatku len 2%¹ a ďalej nárastá o 0,5% ročne.

¹Predpokladáme, že účastníci preferujú skôr jednorázové vyrovnania a ich pomer sa časom mierne znižuje.

Tabuľka č. 33: Časť zloženia použitých modelpointov:

Rok	Vek	Počet	Príspevok	Fond klienta	Fond št. dotácie
2001	21	4	1 000	110 000	40 0000
2002	26	50	16 000	1 700 000	500 000
2003	26	40	10 000	900 000	300 000
2004	21	100	30 000	2 700 000	600 000
2005	52	350	250 000	18 000 000	2 500 000
2006	58	90	55 000	3 500 000	650 000
2007	47	250	200 000	8 000 000	1 200 000
2009	58	250	160 000	4 500 000	600 000
2010	41	250	180 000	3 300 000	650 000

Literatúra

- [1] *Zákon č. 42/1994 Sb., o penzijním připojištění se státním příspěvkem a o změnách některých zákonů souvisejících s jeho zavedením* [online]. 1994 [cit. 2010-05-01]. Dostupný z <http://www.epravo.cz/top/zakony/sbirka-zakonu/>.
- [2] *Doplňkové systémy: penzijný připojištění se státním příspěvkem* [online]. 2010 [cit. 2010-08-15]. Dostupný z <http://http://www.mpsv.cz/files/clanky/8905/Priloha-8.pdf>.
- [3] *Penzijní připojištění objevují i zaměstnavatelé* [online]. 2007 [cit. 2010-05-12]. Dostupný z [http://www.finance.cz/zpravy/finance/124363-penzijni-pripojisti-objevuji-i-zamestnavatele/form4080\[ZobrazitCely\]=1form4080\[page\]=1](http://www.finance.cz/zpravy/finance/124363-penzijni-pripojisti-objevuji-i-zamestnavatele/form4080[ZobrazitCely]=1form4080[page]=1).
- [4] *Srovnání penzijních fondů* [online]. 2010 [cit. 2010-08-14]. Dostupný z <http://www.finance.cz/duchody-a-penze/penzijni-fondy/>.
- [5] CEA: *Position on Solvency II and pension fund*, [online]. 2008 [cit. 2010-05-05]. Dostupný z <http://www.cea.eu/uploads/DocumentsLibrary/documents/1207672261-position-paper.pdf>.
- [6] *Position paper: Extension of Solvency II to pension funds is unwarranted*, 2008.
- [7] Nicholas L.H. and Charles M.: *Economic capital: implementation practices and methodologies* [online]. 2005 [cit. 2010-03-05]. Dostupný z <http://findarticles.com/p/articles/mi-m0ITW/is-10-87/a-n15950259/>.
- [8] Farr I., Lebens J., Mueller H. and J.Scanlon M., *Calculating economic capital*, 2007 [cit. 2010-05-12]. Dostupný z <http://www.riskandinsurance.com/userpdfs/TowersPerrinECModel.pdf>.

- [9] Leurent E., Voigt T.: *Basel II and Solvency II: Impact analysis of two supervision Models on Financial Institutions*, 2007.
- [10] CEA: *Working paper on MCR and Proposed letter for intervention* [online]. 2006 [cit. 2010-03-05]. Dostupný z <http://www.cea.eu/uploads/DocumentsLibrary/documents/position314.pdf>.
- [11] European Commission: *QIS5, Technical specifications*, Brusel, 2010 [cit. 2010-11-28]. Dostupný z <http://www.cea.eu/index.php>.
- [12] Mgr. Koudelka P.: *Metódy výpočtu reálné hodnoty penzijního připojištění se státním příspěvkem*, Diplomová práce, Praha, 2006.
- [13] Finfrle P., RNDr., Ph.D.: *Model výpočtu reálné hodnoty závazku ze životního pojištění*, Dizertační práce, Praha, 2004.
- [14] Brigo D., Mercurio F.: *Interest rate models, Theory and Practice*, Springer, 2004.
- [15] Úmrtnostné tabuľky za ČR, oblasti a kraje 2008 [online]. 2010 [cit. 2009-09-10]. Dostupný z <http://www.czso.cz/csu/2009edicniplan.nsf/publ/4002-09-2008>.
- [16] European Commission: *QIS4, Technical specifications*, Brusel, 2010 [cit. 2010-11-28]. Dostupný z <http://www.cea.eu/index.php>.
- [17] Battocchio P., *Asset Allocation with inflation risk: The case of a Pension fund*, Italia, 2010.